2024北京顺义高二(下)期末

数　学

考生须知	1.本试卷总分150分，考试时间120分钟. 2.本试卷共5页，分为选择题(40分)和非选择题(110分)两个部分. 3.试卷所有答案必须填涂或写在答题卡上，在试卷上作答无效.第一部分必须用2B铅笔作答；第二部分必须用黑色字迹的签字笔作答. 4.考试结束后，请将答题卡交回，试卷自己保留.

第一部分(选择题 共40分)

一、选择题(本题共10小题，每小题4分，共40分，在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.)

(1)函数 $f\left(x\right)=\ln x-1$ 的零点是

(A) e　　(B) $\dfrac{1}{e}$　　(C)10　　(D) $\dfrac{1}{10}$

(2) $C_5^3\cdot 3!$ 的值为

(A) 10　　(B) 30　　(C) 60　　(D) 180

(3)下列函数中，在R上为减函数的是

(A) $f\left(x\right)=\cos x$　　(B) $f\left(x\right)=(\dfrac{1}{2})^x$

(C) $f\left(x\right)=-x^2$　　(D) $f\left(x\right)=\dfrac{1}{x}$

(4) 已知等差数列$\{a_n\}$前 n 项和为S_n，$a_1+a_2=0$，$a_3+a_4=8$，则S_6的值为

(A)16　　(B) 20　　(C) 24　　(D) 28

(5) 函数 $y=\sin 2x$ 的导数为

(A) $y'=\cos 2x$　　(B) $y'=-\cos 2x$　　(C) $y'=-2\cos 2x$　　(D) $y'=2\cos 2x$

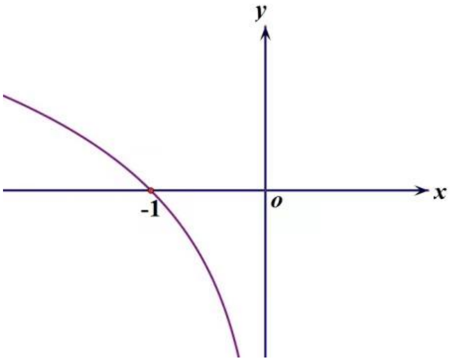
(6) 下列函数中，图象不存在与 x 轴平行的切线的是

(A) $y=-x^3-1$　(B) $y=\sqrt{x}$　(C) $y=\sin x$　(D) $y=\cos x$

(7) 2016年11月30日，中国的“二十四节气”被正式列入联合国教科文组织人类非物质文化遗产代表作名录.二十四节气不仅是一种时间体系，更是一套具有丰富内涵的生活与民俗系统.《传统廿四节气歌》中的“春雨惊春清谷天，夏满芒夏暑相连；秋处露秋寒霜降，冬雪雪冬小大寒”，每一句诗歌的开头一字代表着季节，每一句诗歌包含了这个季节中的6个节气.某个小组在参加“跟着节气去探究”综合实践活动时，要从24个节气中选择2个节气，且2个节气不在同一个季节，那么不同的选法有

(A)60种　　(B) 216种　　(C)276种　　(D)432种

(8) 若奇函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$，$f(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上的图象如图所示，则不等式 $f(x)f'(x)<0$ 的解集是



(A) $(-\infty,-1)\cup(0,1)$

(B) $(-1,0)\cup(1,+\infty)$

(C) $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$

(D) $(-1,0)\cup(0,1)$

(9) 碳 **14** 是透过宇宙射线撞击空气中的氮 14 原子所产生.碳 14 原子经过β衰变转变为氮原子. 由于其半衰期达 5730 年，经常用于考古年代鉴定.**半衰期(Half-life)**是指放射性元素的原子核有半数发生衰变时所需要的时间.对北京人遗址中某块化石鉴定时，碳 14 含量约为原来的 1%，则这块化石距今约为(参考数据：$\lg 2\approx 0.3010$)

(A)40 万年　(B)20 万年　(C)4 万年　(D)2 万年

(10)对于数列 $\{a_n\}$，若存在 $M>0$，使得对任意 $n\in N^*$，有 $|a_2-a_1|+|a_3-a_2|+\cdots+|a_{n+1}-a_n|<M$，则称 $\{a_n\}$ 为"有界变差数列". 给出以下四个结论：

① 若等差数列 $\{a_n\}$ 为"有界变差数列"，则 $\{a_n\}$ 的公差 d 等于 0；

② 若各项均为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 为"有界变差数列"，则其公比 q 的取值范围是 $(0,1)$；

③ 若数列 $\{x_n\}$ 是"有界变差数列"，$\{y_n\}$ 满足 $y_n=\dfrac{1}{2^n}$，则 $\{x_ny_n\}$ 是"有界变差数列"；

④ 若数列 $\{x_n\}$ 是"有界变差数列"，$\{y_n\}$ 满足 $y_n=2n$，则 $\left\{\dfrac{x_n}{y_n}\right\}$ 是"有界变差数列"；

其中所有正确结论的个数是

(A)1　(B) 2　(C) 3　(D) 4

第二部分(非选择题 共 110 分)

二、填空题(本题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分，把答案填在答题卡上.)

(11)函数 $f(x)=\lg(1-x)-\sqrt{x+3}$ 的定义域为_______.

(12)已知各项均为正数的等比数列 $\{a_n\}$，$a_3=\frac{1}{2}$，$a_5=2$，则 $a_7=$__；$\{a_n\}$ 前 n 项积 T_n 的最小值为___.

(13)已知随机变量 X 取所有值 $1，2，\cdots，n$ 是等可能的，且 $E(X)=2$，则 $n=$__________.

(14)顺义石门农副产品批发市场是北京市重要的农产品集散地之一，该市场每天要对进场销售的蔬菜进行无公害检测.来自 A，B，C 三个产区的土豆在某天的进场数量(单位：吨)如下表：

产区	A	B	C
进场数量	30	50	20

工作人员用分层随机抽样的方法从进场销售的土豆中共抽取 10 个进行了农药残留量检测(忽略土豆的个体大小差异)，再从这 10 个土豆中随机抽取 2 个进行重金属残留量检测，则来自 A 产区的土豆被抽到的概率为___________.

(15)已知函数 $f(x)=\begin{cases}3x-x^3, x\le a,\\ 2x, x>a.\end{cases}$

①当 $a=0$ 时，函数 $f(x)$ 的最小值是______；

②若函数 $f(x)$ 无最小值，则实数 a 的取值范围是______.

三、解答题共 6 小题，共 85 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

(16)(本小题 13 分)

已知 $\left(2x+\dfrac{1}{x}\right)^n$ 的展开式中，各项的系数之和为 729.

(I)求 n 的值；

(II)判断展开式中是否存在含 x^2 的项，若存在，求出该项；若不存在，说明理由.

(17)(本小题 13 分)

已知各项均为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 满足 a_1=8，$a_2\cdot a_4=4$，设 $b_n=\log_2 a_n$.

(I)证明：数列 $\{b_n\}$ 是等差数列；

(II)记数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，求 S_n 的最大值.

(18)(本小题 14 分)

已知函数 $f(x)$=x^3+ax^2+1.

(I)求 $f(x)$ 在点(0，$f(0)$)处的切线方程；

(II)当 $-\dfrac{3}{2}<a<0$ 时，求 $f(x)$ 在区间[0,1]上的最大值.

(19)(本小题 15 分)

某学校有 A，B 两个学生餐厅.在“厉行节约、反对浪费”主题宣传月活动中，为帮助餐厅把握每日每餐的用餐人数，科学备餐，该校学生会从全校随机抽取了 100 名学生作为样本，收集他们在某日的就餐信息，经过整理得到如下数据：

用餐时段 用餐地点	早餐	午餐	晚餐

A 餐厅	35 人	60 人	30 人
B 餐厅	48 人	40 人	60 人
不在学校用餐	17 人	0 人	10 人

用频率估计概率，且学生对餐厅的选择相互独立，每日用餐总人数相对稳定.

(I)若该学校共有 2000 名学生，估计每日在 A 餐厅用早餐的人数；

(II)从该学校每日用午餐的学生中随机抽取 3 人，设 X 表示这 3 人中在 A 餐厅用餐的人数，求 X 的分布列和数学期望 $E(X)$；

(III)一个星期后，从在学校每日用晚餐的学生中随机抽查了 10 人，发现在 B 餐厅用晚餐的有 2 人.根据抽查结果，能否认为在 B 餐厅用晚餐的人数较上个星期发生了变化？说明理由.

(20)(本小题 15 分)

已知函数 $f(x)=ax^2-e^x$，设 $h(x)=f'(x)$.

(I)若 $a=\frac{e}{2}$，求 $h(x)$ 的单调区间；

(II)若 $f(x)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上存在极小值 m，

(i) 求 a 的取值范围；

(ii)证明：$m>-a$.

(21)(本小题 15 分)

若数列 A_n：$a_1,a_2,\cdots,a_n(n\geq 2)$ 满足 $a_{k+1}-a_k\in\{1,0,-1\}(k=1,2,\cdots,n-1)$，则称 A_n 为 E 数列.

记 $S(A_n)=a_1+a_2+\cdots+a_n$.

(I)若 E 数列 A_5 满足 $a_1=-1,a_5=1$，直接写出 $S(A_5)$ 所能取到的最大值和最小值；

(II)若 E 数列 A_n 满足 $n=2024,a_1=-1,a_n=1$，求证：存在 $k\in\{1,2,\cdots,2024\}$，使得 $a_k=0$；

(III)若 E 数列 $A_n(n\geq 2)$ 满足 $a_1=a_n=1$，求 $S(A_n)$ 所能取到的最大值(结果用含 n 的代数式表示).