石景山区2022-2023学年第一学期初三期末

数学试卷答案及评分参考

阅卷须知：

1．为便于阅卷，本试卷答案中有关解答题的推导步骤写得较为详细，阅卷时，只要考生将主要过程正确写出即可。

2．若考生的解法与给出的解法不同，正确者可参照评分参考相应给分。

3．评分参考中所注分数，表示考生正确做到此步应得的累加分数。

第一部分　选择题

一、选择题（共16分，每题2分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	D	C	D	A	D	B	A

第二部分　非选择题

二、填空题（共16分，每题2分）

9．4　　10．答案不唯一，如：$\angle C=\angle 1$

11．$2\sqrt{3}$　　12．$x=3$　　13．＞

14．55　　15．100°或80°　　16．①④

三、解答题（共68分，第17-21题，每题5分，第22题6分，第23题5分，第24-26题，每题6分，第27-28题，每题7分）

17．解：原式$=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}-2\sqrt{3}+(-1)+(\sqrt{3}-1)$ ………………………… 4分

$=\sqrt{3}-2\sqrt{3}-1+\sqrt{3}-1$

$=-2$. ………………………… 5分

18．（1）证明：∵ $BD\perp MN$，$CE\perp MN$，

∴ $\angle ADB=\angle CEA=90^\circ$，

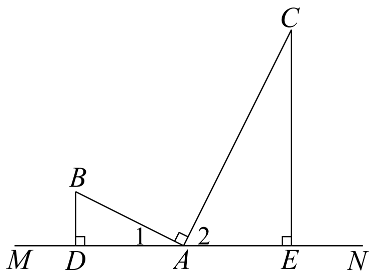
$\angle B+\angle 1=90^\circ$.

∵ $\angle BAC=90^\circ$，

∴ $\angle 2+\angle 1=90^\circ$.

∴ $\angle B=\angle 2$.

∴ $\triangle ADB\backsim\triangle CEA$.



………………………… 3分

（2）解：在 Rt $\triangle ADB$ 中，$\angle ADB = 90^\circ$，$AB = \sqrt{5}$，$AD = 2$，

$\therefore BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = 1$.

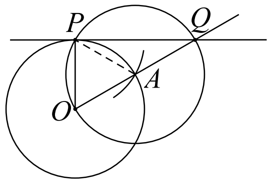
$\because \triangle CEA \backsim \triangle ADB$，

$\therefore \dfrac{CE}{AD} = \dfrac{AE}{BD}$.

即 $\dfrac{CE}{2} = \dfrac{2}{1}$.

$\therefore CE = 4$. ………………………… 5 分

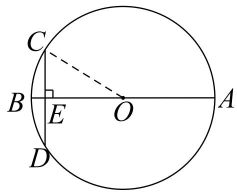
19．解：（1）补全的图形如右图所示. ………………………… 2 分



（2）90，直径所对的圆周角是直角；

经过半径的外端，并且垂直于这条半径的直线是圆的切线． ……… 5 分

20．解：连接 OC，如图. ………………………… 1 分



设⊙ O 的半径为 x 寸.

$\because AB$ 是⊙ O 的直径，$CD \perp AB$，

$\therefore CE = \dfrac{1}{2}CD = 5$.

在 Rt $\triangle OEC$ 中，$\angle OEC = 90^\circ$，

由勾股定理，得 $OC^2 = OE^2 + CE^2$.

即 $x^2 = (x-1)^2 + 5^2$. ………………………… 4 分

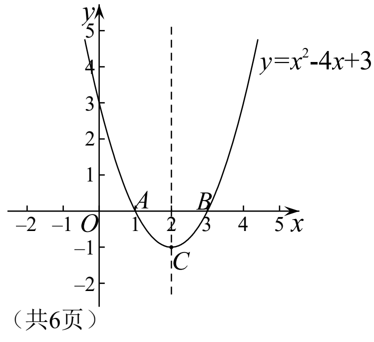
解得 $x = 13$.

$\therefore$直径 AB 的长为26 寸. ………………………… 5 分

21．解：（1）$B(3, 0)$，$C(2, -1)$. ……… 2 分

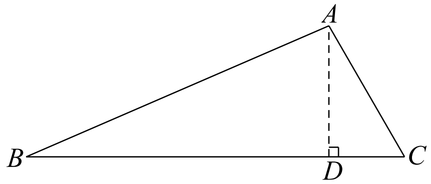
（2）如右图所示. ……… 4 分

（3）4. ……… 5 分



22．解：过点 A 作 $AD \perp BC$ 于点 D，如图． ……………………………1 分

在 $\mathrm{Rt}\triangle ADC$ 中，$\angle C = 60^\circ$，



$\therefore \cos C = \dfrac{CD}{AC} = \dfrac{1}{2}$，

设 $CD = x$， $AC = 2x$，

则 $AD = \sqrt{AC^2 - CD^2} = \sqrt{3}x$．

在 $\mathrm{Rt}\triangle ADB$ 中， $\tan B = \dfrac{AD}{BD} = \dfrac{\sqrt{3}}{4}$，

$\therefore BD = 4x$． ……………………………4 分

$\because BC = 4x + x = 10$，

$\therefore x = 2$． ……………………………5 分

$\therefore AC = 4$． ……………………………6 分

23．解：（1）$\because$ 反比例函数 $y_1 = \dfrac{m}{x}(m \neq 0)$ 的图象经过点 $A(-1,-6)$，

$\therefore m = 6$．

$\therefore$ 反比例函数的表达式为 $y_1 = \dfrac{6}{x}$． ……………………………2 分

由题意可得点 B 的坐标为 $(0,-1)$． ……………………………3 分

（2）$k \geqslant 2$． ……………………………5 分

24．解：（1）由题意可知 $y = a(x-3)^2 + 2.5$． ……………………………2 分

$\because$ 当 $x = 0$ 时， $y = 1.6$，

$\therefore a(0-3)^2 + 2.5 = 1.6$． ……………………………3 分

解得 $a = -0.1$．

$\therefore$ 函数关系为 $y = -0.1(x-3)^2 + 2.5$． ……………………………4 分

由题意可知小石第一次的训练成绩为 $8\,\mathrm{m}$． ……………………………5 分

（2）$<$． ……………………………6 分

25．（1）证明：连接 OD，如图 1．

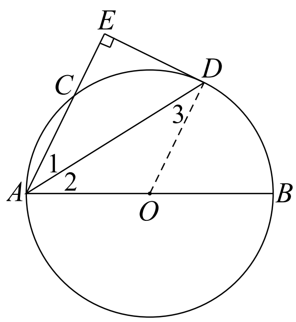


图 1

$\because DE \perp AC$，

$\therefore \angle E = 90^\circ$．

$\because \overset{\frown}{DB} = \overset{\frown}{DC}$，

$\therefore \angle 1 = \angle 2$．

$\because OA = OD$，

∴ $\angle 3=\angle 2$.

∴ $\angle 3=\angle 1$.

∴ $OD \parallel AE$.

∴ $\angle ODE=180^\circ-\angle E=90^\circ$.

又∵ OD 是⊙O 的半径，

∴ DE 是⊙O 的切线. ………………………… 3 分

（2）解： 连接 BD，如图 2.

∵ $\overset{\frown}{DC}=\overset{\frown}{DB}$，

∴ $CD=BD$.

∵ AB 为⊙O 的直径，

∴ $\angle ADB=90^\circ$.

∵四边形 $ABDC$ 内接于⊙O，

∴ $\angle B=\angle ECD$.

在 Rt△ADB 中， $\cos B=\dfrac{BD}{AB}$，

∴ $BD=AB\cdot\cos B=15\times\dfrac{\sqrt{7}}{5}=3\sqrt{7}$.

∴ $CD=3\sqrt{7}$. ………………………… 6 分

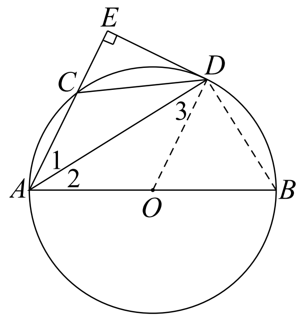


图 2

26．解：（1）∵点 $A(-2,m)$ 在抛物线 $y=ax^2+c\ (a>0)$ 上，且 $a=1$， $m=-3c$，

∴ $-3c=(-2)^2+c$.

解得 $c=-1$.

∴抛物线的表达式为 $y=x^2-1$，顶点坐标为 $(0,-1)$. …………… 3 分

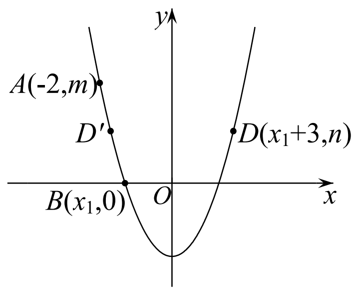
（2）由抛物线 $y=ax^2+c\ (a>0)$，可得抛物线开口向上且对称轴为 y 轴.

∵抛物线与 x 轴有两个交点 $B(x_1,0)$， $C(x_2,0)$，且 $x_1<x_2$.

∴点 $B(x_1,0)$ 在 x 轴的负半轴上.

∵ $x_1+3>x_1$ 且 $m>n>0$，

∴点 $A(-2,m)$， $D(x_1+3,n)$ 在抛物线的位置如右图（示意图）所示.



设点 D 关于 y 轴的对称点为点 D'，

则 $D'(-x_1-3,n)$.

∵ $a>0$， $m>n>0$，

∴ $-2<-x_1-3<x_1$.

∴ $-\frac{3}{2}<x_1<-1$. ………………………… 6 分

27.（1）解：∵在$\triangle ABE$ 中， $AE=AB$， $\angle BAE=\alpha$，如图 1，

∴ $\angle AEB=\frac{180^\circ-\alpha}{2}=90^\circ-\frac{\alpha}{2}$.

∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴ $AD=AB$， $\angle BAD=90^\circ$，

∴ $AE=AD$， $\angle DAE=90^\circ+\alpha$.

∴ $\angle 1=\frac{180^\circ-(90^\circ+\alpha)}{2}=45^\circ-\frac{\alpha}{2}$.

∴ $\angle 2=\angle AEB-\angle 1=45^\circ$. ……… 3 分

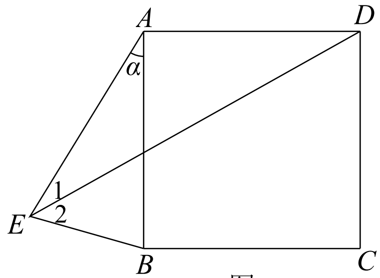


图 1

（2）依题意补全图形，如图 2.

线段 DE 与 CF 的数量关系： $DE=\sqrt{2}CF$.

证明：过点 C 作 $CM\perp CF$ 交 ED 的延长线于点 M.

∵ $BF\perp DE$， $\angle 2=45^\circ$，

∴ $\angle BFE=\angle BFD=90^\circ$， $FB=FE$.

∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴ $CD=CB$， $\angle BCD=90^\circ$.

∴ $\angle 3=\angle 4$.

∵在四边形 $BCDF$ 中， $\angle BFD=\angle BCD=90^\circ$，

∴ $\angle FBC+\angle 5=180^\circ$.

又∵ $\angle 6+\angle 5=180^\circ$，

∴ $\angle 6=\angle FBC$.

∴ $\triangle MDC\cong\triangle FBC$.

∴ $MD=FB=FE$， $CM=CF$.

∴ $DE=FM$.

∵ $\angle FCM=90^\circ$，

∴ $FM=\sqrt{2}CF$.

∴ $DE=\sqrt{2}CF$. ………………………… 7 分

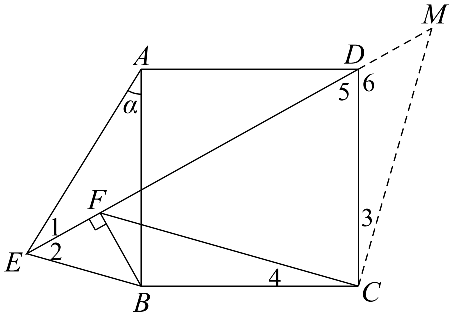


图 2

28．解：（1）5；P_2，P_4．　　　　……………………………… 3 分

（2）依题意，正方形 $DEFG$ 上任意两点间的距离的最大值 $d=2\sqrt{2}$．

直线 $y=x+b$ 交 x 轴于点 R，交 y 轴于点 $S(0,b)$，如图，

则 $\angle ORS=\angle OSR=45^\circ$．

若 $b>0$，连接 OE 并延长交直线 $y=x+b$ 于点 H．

∵正方形 $DEFG$ 的中心在原点，点 D 的坐标为 $(1,1)$，

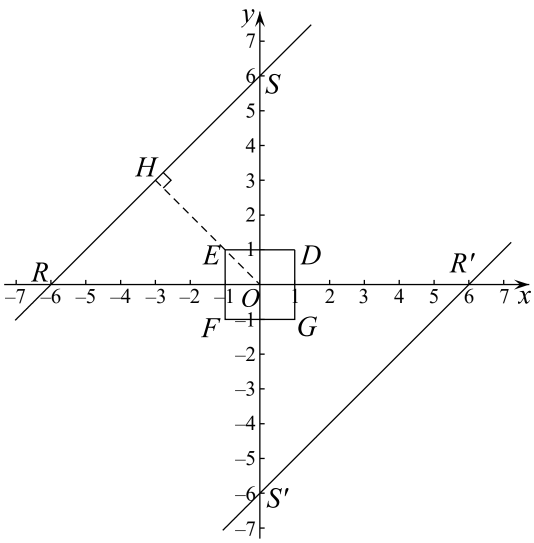
∴ $\angle EOS=45^\circ$，$OE=\sqrt{2}$．

∴ $\angle OHS=90^\circ$．

当 $EH=d=2\sqrt{2}$ 时，直线 $y=x+b$ 上的点 H 是正方形 $DEFG$ 的"关联点".

在 $\mathrm{Rt}\triangle OHS$ 中，$OS=\sqrt{2}OH=\sqrt{2}\times(\sqrt{2}+2\sqrt{2})=6$．

结合图形，b 的取值范围是 $-6\leqslant b\leqslant 6$．　　　　……………………………… 5 分



（3）$1-2\sqrt{3}\leqslant t\leqslant -2$ 或 $\sqrt{6}\leqslant t\leqslant 4$．　　　　……………………………… 7 分