

九年级数学答案及评分参考

2024.1

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	A	B	B	C	D	D	D

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9. $(-2, 3)$. 10. $x_1 = 5, x_2 = -5$. 11. $>$. 12. 9.
 13. 答案不唯一，如 $y = x^2$. 14. 70，圆内接四边形的对角互补.
 15. $1 - \frac{\pi d}{12}$. 16. ②③.

三、解答题（共 68 分，第 17-18 题，每题 5 分，第 19 题 6 分，第 20-23 题，每题 5 分，第 24-26 题，每题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）

17. $x^2 - 6x + 3 = 0$.

解: $a = 1, b = -6, c = 3$ 1 分

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 3 = 24 > 0$$
 2 分

方程有两个不相等的实数根 .

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-6) \pm \sqrt{24}}{2 \times 1} = \frac{6 \pm 2\sqrt{6}}{2}$$
 3 分

$$= 3 \pm \sqrt{6}$$
.

原方程的根为 $x_1 = 3 + \sqrt{6}, x_2 = 3 - \sqrt{6}$ 5 分

18. 解: (1) $y = 2x^2 - 4x + 5$
 $= 2(x^2 - 2x + 1 - 1) + 5$
 $= 2(x - 1)^2 - 2 + 5$
 $= 2(x - 1)^2 + 3$ 3 分

(2) 答案不唯一，如：把抛物线 $y = 2x^2$ 先向右平移 1 个单位长度，再向上平移 3 个单位长度. 5 分

19. 解: (1) 掷一次正方体 M 时，所有可能出现的数字为 0, 1, 2, 3, 4, 5，共 6 种结果，并且这 6 种结果的可能性相等，其中出现的奇数为 1, 3, 5.

所以， $P(\text{出现“奇数”}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ 2 分

(2) 用列表法列出所有可能的结果，其中符合题意的结果标记如下：

N \ M	0	1	2	3	4	5
0	00	<u>10</u>	<u>20</u>	<u>30</u>	40	50
1	<u>01</u>	<u>11</u>	<u>21</u>	<u>31</u>	41	51
2	<u>02</u>	<u>12</u>	<u>22</u>	32	42	52
6	<u>06</u>	<u>16</u>	<u>26</u>	36	46	56
7	<u>07</u>	<u>17</u>	<u>27</u>	37	47	57
8	<u>08</u>	<u>18</u>	<u>28</u>	38	48	58

所以 P (能组成一月的一个日期) $= \frac{19}{36}$ 6分

20. 解: (1) -3 ; 1分

(2) 函数 $y = x^2 - 2x + c$ 的图象如图 1 所示.

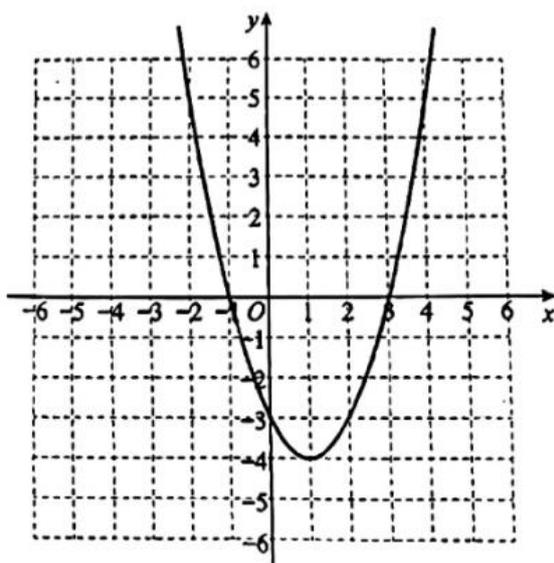


图 1 3分

(3) $-4 \leq y < 5$ 5分

21. (1) 证明: $\Delta = [-(m+2)]^2 - 4 \times 1 \times (m+1)$ 1分

$$= m^2 + 4m + 4 - 4m - 4$$

$$= m^2.$$

\therefore 无论 m 取何实数, 都有 $m^2 \geq 0$,

\therefore 此方程总有两个实数根. 2分

(2) 解: 解方程得 $x = \frac{(m+2) \pm m}{2}$.

$\therefore x = m+1$, 或 $x = 1$ 3分

∵ 此方程的一根是另一根的 2 倍,

∴ $m+1=2$, 或 $2(m+1)=1$.

解得 $m=1$, 或 $m=-\frac{1}{2}$ 5 分

22. 解: 如图 2, 连接 OA .

∵ AB 是 $\odot O$ 的弦, $OC \perp AB$, $AB=6$,

∴ $AD=BD=\frac{AB}{2}=3$, $\widehat{AC}=\widehat{BC}$ 1 分

∴ $\angle 1=\angle 2$.

∵ $\angle ACB=120^\circ$,

∴ $\angle 1=\angle 2=\frac{1}{2}(180^\circ-\angle ACB)=30^\circ$.

∴ $\angle O=2\angle 1=60^\circ$ 2 分

∴ $\angle 3=90^\circ-\angle O=30^\circ$.

在 $\text{Rt}\triangle AOD$ 中, $\angle ODA=90^\circ$, $\angle 3=30^\circ$, $AD=3$.

设 $OD=x$, 则 $OA=2x$,

$AD=\sqrt{OA^2-OD^2}=\sqrt{3}x$.

∴ $\sqrt{3}x=3$.

解得 $x=\sqrt{3}$ 4 分

∴ $OA=2\sqrt{3}$, 即 $\odot O$ 的半径 $=2\sqrt{3}$.

..... 5 分

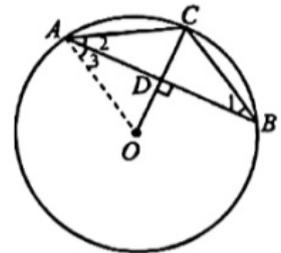


图 2

23. 解: (1) 画图见图 3; 3 分

(2) $C'(2,-1)$; 4 分

(3) 90° 5 分

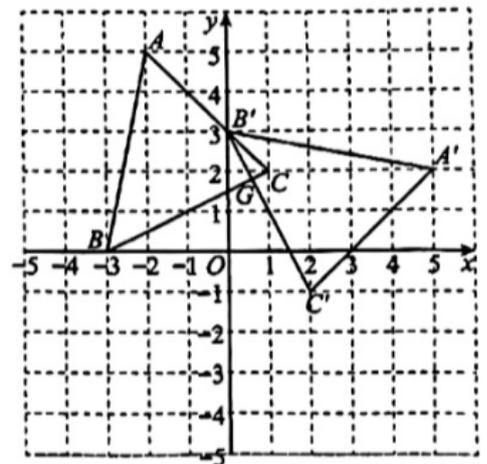


图 3

24. (1) 证明: 如图 4.

设 $\angle FAD=\alpha$.

∵ $\angle FAD=\frac{1}{2}\angle ABC$,

∴ $\angle ABC=2\alpha$.

∵ $AB=BC$,

∴ $\angle BAC=\angle C=\frac{180^\circ-\angle ABC}{2}=90^\circ-\alpha$.

∴ $\angle BAF=\angle BAC+\angle FAC=90^\circ$.

∴ $AF \perp OA$ 1 分

∴ AF 是 $\odot O$ 的切线. 2 分

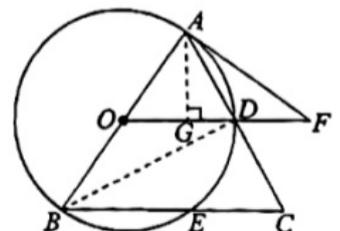


图 4

(2) 解: 如图 4, 连接 BD , 作 $AG \perp OD$ 于点 G , 则 $\angle AGO=\angle AGD=90^\circ$.

∵ AB 是 $\odot O$ 的直径,
 ∴ $\angle ADB=90^\circ$ 3分

∵ $AB=BC$,

∴ $AD=DC=\frac{1}{2}AC$.

设 $\odot O$ 的半径为 r .

∵ $DF=4$,

∴ $OF=r+4$.

在 $\text{Rt}\triangle AOF$ 中, $\angle OAF=90^\circ$, $OA=r$, $AF=8$, $OF=r+4$.

∴ $OA^2 + AF^2 = OF^2$,

∴ $r^2 + 8^2 = (r+4)^2$.

解得 $r=6$ 4分

∴ $OA=OD=6$, $OF=10$.

∴ $AG = \frac{OA \times AF}{OF} = \frac{6 \times 8}{10} = \frac{24}{5}$.

在 $\text{Rt}\triangle AOG$ 中, $OG = \sqrt{OA^2 - AG^2} = \sqrt{6^2 - (\frac{24}{5})^2} = \frac{18}{5}$.

∴ $DG = OD - OG = 6 - \frac{18}{5} = \frac{12}{5}$.

在 $\text{Rt}\triangle ADG$ 中, $AD = \sqrt{AG^2 + DG^2} = \sqrt{(\frac{24}{5})^2 + (\frac{12}{5})^2} = \frac{12}{5}\sqrt{5}$.

∴ $AC = 2AD = \frac{24}{5}\sqrt{5}$ 6分

25. 解: (1) 画图见图 5. 2分

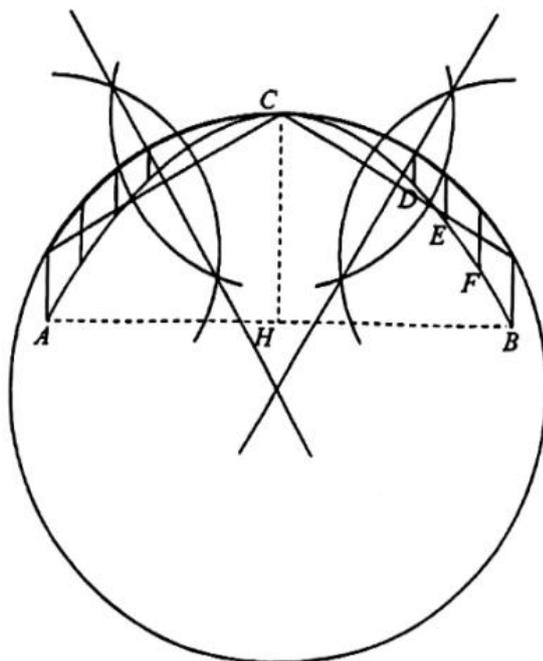


图 5

(2) 建立平面直角坐标系的方法不唯一，如：

如图 6，以点 C 为原点，直线 HC 为 y 轴，建立如图所示的平面直角坐标系.

\therefore 拱线 N 上的点 $A(-7, -6.125)$, $B(7, -6.125)$, $C(0, 0)$, $D(4, -2)$, $E(5, -3.125)$, $F(6, -4.5)$.

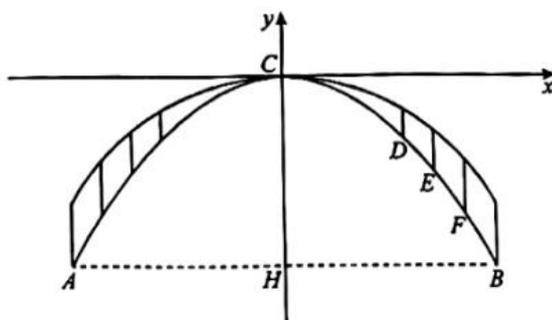


图 6

选取拱线 N 上的 A , B , C 三点，求过这三点的抛物线对应的函数解析式.

由已知可得 A , B 两点关于直线 HC 对称，点 C 为最高点，可设过 A , B , C 三点的抛物线对应的函数解析式为 $y = ax^2$ 3 分

由抛物线过点 $B(7, -6.125)$ ，可得 $-6.125 = a \times 7^2$.

解得 $a = -0.125$.

\therefore 过 A , B , C 这三点的抛物线对应的函数解析式为 $y = -0.125x^2$.

..... 4 分

当 $x = 4$ 时， $y = -0.125 \times 4^2 = -2$ ；

当 $x = 5$ 时， $y = -0.125 \times 5^2 = -3.125$ ；

当 $x = 6$ 时， $y = -0.125 \times 6^2 = -4.5$.

$\therefore D$, E , F 三点都在抛物线 $y = -0.125x^2$ 上. 6 分

26. 解：(1) $x = 1$ ； 1 分

(2) $y = a(x-1)^2 + 4 - a$.

$\because A(t, y_1)$, $B(t+1, y_2)$, $C(t+3, y_3)$ 都在抛物线 $y = ax^2 - 2ax + 4$ ($a > 0$) 上，

$\therefore y_1 = a(t-1)^2 + 4 - a$, $y_2 = at^2 + 4 - a$, $y_3 = a(t+2)^2 + 4 - a$.

$\because y_1 > y_3 \geq y_2$,

$\therefore y_1 - y_3 > 0$ 且 $y_3 - y_2 \geq 0$.

$y_1 - y_3 = a(t-1)^2 - a(t+2)^2 = -3a(2t+1)$, $y_3 - y_2 = a(t+2)^2 - at^2 = 4a(t+1)$.

由 $a > 0$, $y_1 - y_3 > 0$ ，可得 $2t+1 < 0$ ，解得 $t < -\frac{1}{2}$.

由 $a > 0$, $y_3 - y_2 \geq 0$, 可得 $t + 1 \geq 0$, 解得 $t \geq -1$.

综上, $-1 \leq t < -\frac{1}{2}$4分

(3) $0 < a < \frac{16}{3}$6分

27. 解: (1) 补全图形见图 7;1分
45;2分

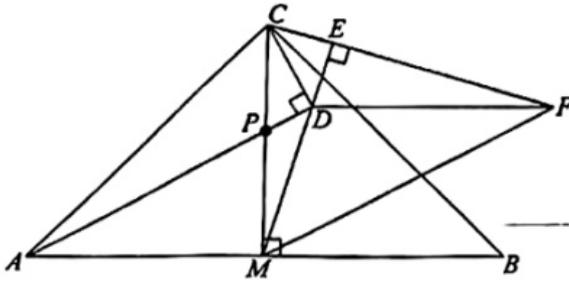


图 7

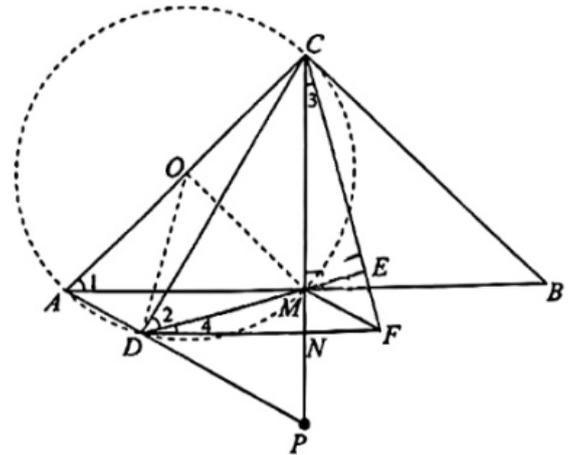


图 8

(2) $DF = AM$;3分

证明: 如图 8, 取 AC 的中点 O , 连接 OM, OD , 记 DF 与 CP 的交点为 N .

$\because AC = BC, CM \perp AB$ 于点 M ,

$\therefore AM = BM$.

又 $\because \angle ACB = 90^\circ$,

\therefore 在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中, $CM = \frac{AB}{2} = AM$.

$\therefore \angle 1 = \angle ACM = 45^\circ$

$\because CM \perp AB, CD \perp AP$,

$\therefore \text{Rt}\triangle ACM$ 与 $\text{Rt}\triangle ACD$ 有公共的斜边 AC .

$\therefore OD = OM = \frac{AC}{2} = OA = OC$.

\therefore 点 D, M, C, A 在同一圆上, 且此圆的直径为 AC .

$\therefore \angle 2 = \angle 1 = 45^\circ$

$\because CE \perp MD$ 于点 E ,

\therefore 在 $\text{Rt}\triangle CDE$ 中, $\angle DCE = 90^\circ - \angle 2 = 45^\circ$.

$\therefore \angle DCE = \angle 2 = 45^\circ$

$\therefore CE = DE$.

