

东城区 2023-2024 学年度第二学期初三年级统一测试（二）

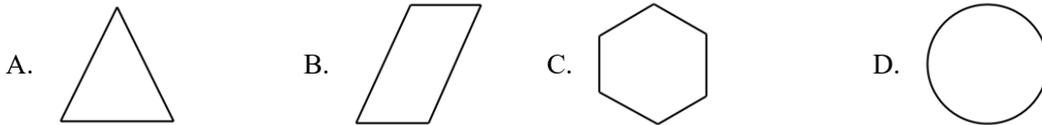
数 学

2024. 5

学校_____ 班级_____ 姓名_____ 教育ID号_____

考生 须知	<p>1. 本试卷共 8 页，共五道大题，28 道小题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。</p> <p>2. 在试卷和草稿纸上准确填写姓名、准考证号、考场号和座位号。</p> <p>3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。</p> <p>4. 在答题卡上，选择题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。</p> <p>5. 考试结束，将本试卷、答案卡和草稿纸一并交回。</p>
----------	---

1. 下列图形中，是轴对称图形，但不是中心对称图形的是（ ）



2. 4月18日是国际古迹遗址日。在国家考古遗址公园联盟联席会上发布的《2023年度国家考古遗址公园运营报告》显示，圆明园等全国55家国家考古遗址公园2023年接待游客总量超6700万人次，同比增长135%。将67000000用科学记数法表示应为（ ）

- A. 6.7×10^8 B. 6.7×10^7 C. 67×10^6 D. 0.67×10^8

3. 在下列各式中，从左到右计算结果正确的是（ ）

- A. $\sqrt{8} - \sqrt{6} = \sqrt{2}$ B. $(x-1)^2 = x^2 - 1$ C. $\sqrt{(-2)^2} = -2$ D. $\frac{x-1}{x+1} + \frac{2}{x+1} = 1$

$$\frac{x-1}{x+1} + \frac{2}{x+1} = 1$$

4. 若实数 x 的取值范围在数轴上的表示如图所示，在下列结论中，正确的是（ ）



- A. $|x| = x$ B. $0 < x+1 \leq 3$ C. $-2 \leq 2x \leq 4$ D. $1 < x^2 \leq 4$

5. 若一个多边形的内角和是外角和的3倍，则这个多边形的边数是（ ）

- A. 5 B. 6 C. 8 D. 10

6. 一个圆锥的底面半径的长为3，母线的长为15，则侧面展开图的面积是（ ）

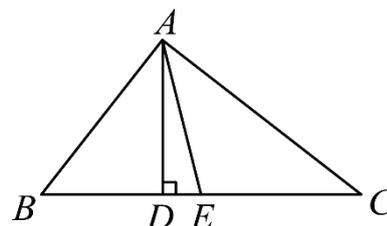
- A. 6π B. 9π C. 45π D. 54π

7. 在一个不透明的盒子中装有3个小球，其中2个红球、1个绿球，除颜色不同外，其它没有任何差异。小红将小球摇匀，从中随机摸出2个小球，恰好是1个红球和1个绿球的概率是（ ）

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{4}{9}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

8. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AD \perp BC$ 于点 D ，点 E 是 BC 的中点. 设 $AB=c$ ， $AC=b$ ， $AD=h$ ， $BD=m$ ， $CD=n$ ， $m < n$ ，且 $h^2 = mn$ ，有以下三个结论：

- ① $c^2 = m^2 + mn$ ；
 ② 点 A ， B ， C 在以点 E 为圆心， $\frac{1}{2}(m+n)$ 为半径的圆



- 上；
 ③ $b^2 + m^2 > 3h^2$.

上述结论中，所有正确结论的序号是 ()

- A. ①② B. ①③ C. ②③ D. ①②③

二、填空题 (本题共 16 分，每小题 2 分)

9. 若代数式 $\frac{2}{x-1}$ 有意义，则实数 x 的取值范围是 _____.

10. 因式分解： $ma^2 + 4ma + 4m =$ _____.

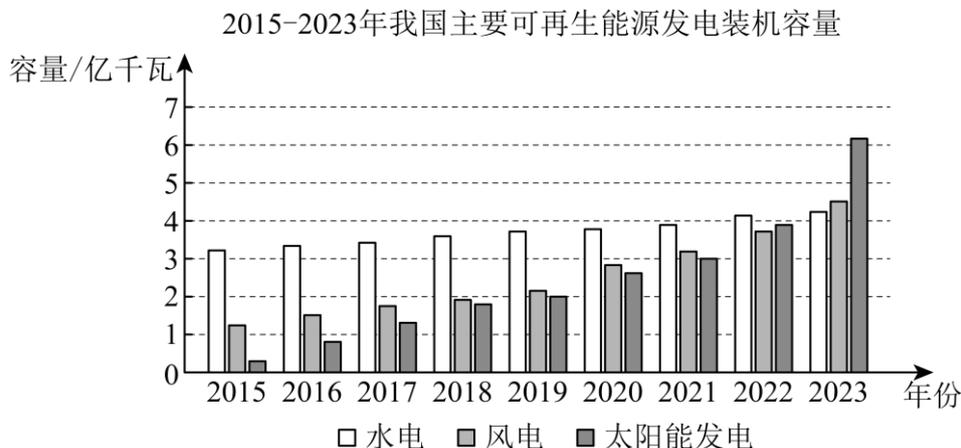
11. 当 $a =$ _____， $b =$ _____ 时，可以说明“若 $a > b$ ，则 $a^2 > b^2$ ”是假命题 (写出一组 a ， b 的值即可).

12. 在平面直角坐标系 xOy 中，若点 $(2,4)$ 是函数 $y = k_1x (k_1 \neq 0)$ 和 $y = \frac{k_2}{x} (k_2 \neq 0)$ 的图象的一个交点，则这两个函数图象的另一个交点的坐标是 _____.

13. 若 $m^2 + m - 5 = 0$ ，则代数式 $\left(\frac{1}{m} - \frac{1}{m^2}\right) \div \frac{m^2 - 1}{10m}$ 的值为 _____.

14. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (m+1)x + m = 0$ 的两个实数根的差等于 2，则实数 m 的值是 _____.

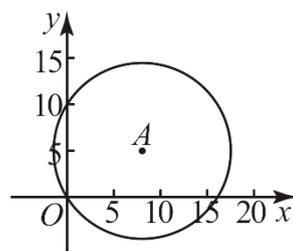
15. 下图是 2015-2023 年我国主要可再生能源发电装机容量 (亿千瓦) 统计图.



根据上述信息，下列推断合理的是_____（填写序号）.

- ① 2015–2023年，我国主要可再生能源发电中，太阳能发电装机容量增幅最大；
- ② 2015–2023年，相对于风电和太阳能发电，我国水电发电装机容量比较稳定；
- ③ 2015–2023，我国水电发电装机容量一直高于风电发电装机容量.

16. 现有一半径 10 米的圆形场地，建立如图所示的平面直角坐标系 xOy ，场地圆心 A 的坐标为 $(5\sqrt{3}, 5)$. 机器人在该场地中（含边界），根据指令 $[s, \alpha]$ ($s \geq 0, 0^\circ < \alpha < 180^\circ$) 完成下列动作：先朝其面对的方向沿直线行走距离 s ，再在原地逆时针旋转角度 α ，执行任务. 机器人位于坐标原点 O 处，且面对 x 轴正方向.



(1) 若给机器人下达指令 $[4, 90^\circ]$ ，则机器人至少重复执行_____次该指令能回到坐标原点 O 处；

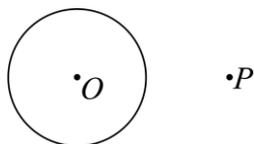
(2) 若给机器人下达指令 $[s, \alpha]$ ，使机器人重复执行该指令回到坐标原点 O 处，且 s 最大，则应给机器人下达的指令是_____.

三、解答题（本题共 68 分，第 17—22 题，每题 5 分，第 23—26 题，每题 6 分，第 27—28 题，每题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算： $\sqrt{12} - \tan 60^\circ + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1} - (-2)^3$.

18. 解不等式组：
$$\begin{cases} 2(x+1) < 5x-4, \\ \frac{6x+1}{3} \geq x-1. \end{cases}$$

19. 如图，已知 $\odot O$ 及 $\odot O$ 外一点 P .



求作： $\odot O$ 的切线 PA ， PC .

作法：

① 连接 OP ；

② 分别以点 O ， P 为圆心，大于 $\frac{1}{2}OP$ 的长为半径画弧，两弧分别交于点 M ， N ，作直线

MN 交 OP 于点 B ；

③ 以点 B 为圆心， OB 的长为半径画圆，交 $\odot O$ 于点 A ， C （点 A 位于 OP 的上方）；

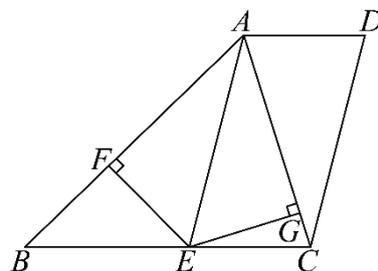
④ 作直线 PA ， PC ；

则直线 PA ， PC 就是所求作的直线.

(1) 利用直尺和圆规，补全图形（保留作图痕迹）；

(2) 设线段 OP 交 $\odot O$ 于点 E ，连接 OA ， AC ， CE 。若 $\angle ACE = 34^\circ$ ，则 $\angle AOP = \underline{\quad}^\circ$ ， $\angle APC = \underline{\quad}^\circ$ 。

20. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，点 E 在 BC 上， $AE \parallel CD$ ， $\angle ACB = \angle DAC$ ， $EF \perp AB$ 于点 F ， $EG \perp AC$ 于点 G ， $EF = EG$ 。



(1) 求证：四边形 $AECD$ 是平行四边形；

(2) 若 $CD = 4$ ， $\angle B = 45^\circ$ ， $\angle CEG = 15^\circ$ ，求 AB 的长。

21. 列方程或方程组解应用题。

如图 1，正方形 $ABCD$ 是一块边长为 30cm 的灰色地砖，在 A ， B ， C ， D 四个顶点处截去四个全等的等腰直角三角形后，得到一块八边形地砖。用四块相同的该八边形地砖和一块黑色正方形地砖拼成如图 2 所示的图案，该图案的面积为 3000cm^2 （不考虑接缝），求一块八边形地砖和黑色正方形地砖的面积。

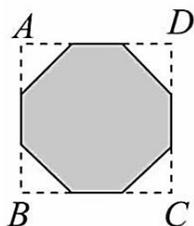


图1

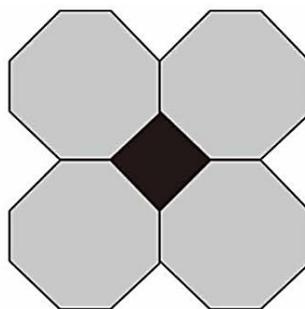


图2

22. 在平面直角坐标系 xOy 中，函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的图象经过点 $A(1,0)$ 和 $B(2,1)$ 。

(1) 求该函数的解析式；

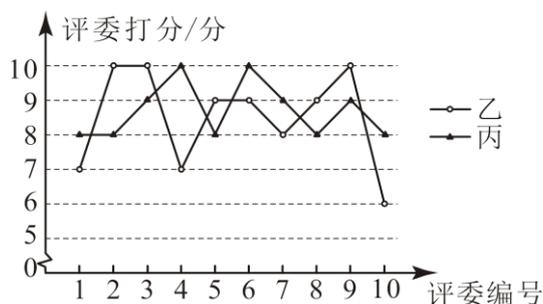
(2) 当 $x > 3$ 时，对于 x 的每一个值，函数 $y = mx + \frac{1}{2}$ 的值小于函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的值，

当 $x < -1$ 时，对于 x 的每一个值，函数 $y = mx + \frac{1}{2}$ 的值小于 0，直接写出 m 的值。

23. 某校举办“学生讲堂”，1班为了选出一位同学代表班级参赛，先后进行了笔试和面试。在笔试中，甲、乙、丙三位同学脱颖而出，他们的笔试成绩（满分 100）分别是 95，94，88。在面试中，十位评委对甲、乙、丙三位同学的表现进行打分，每位评委最高打 10 分，面试成绩等于各位评委打分之总和。对甲、乙、丙三位同学的面试的数据进行整理、描述和分析，下面给出了部分信息。

a. 评委给甲同学打分如下：10，10，9，8，8，8，7，7，6，5

b. 评委给乙、丙两位同学打分的折线图：



c. 甲、乙、丙三位同学面试情况统计表：

同学	评委打分中位数	面试成绩
甲	8	m
乙	9	85
丙	n	87

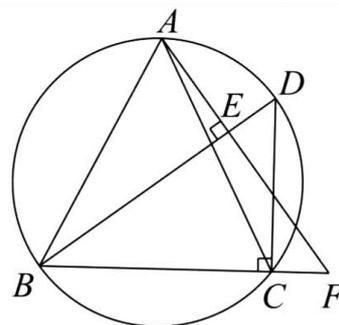
根据以上信息，回答下列问题：

(1) 直接写出表中 m , n 的值；

(2) 在面试中，如果评委给某个同学的打分的方差越小，则认为评委对该同学面试的评价越一致。据此推断：甲、乙、丙三位同学中，评委对___的评价更一致（填“甲”、“乙”或“丙”）；

(3) 在笔试和面试两项成绩中，按笔试成绩占 40%，面试成绩占 60%，计算甲、乙、丙的综合成绩，综合成绩最高的是___（填“甲”、“乙”或“丙”）。

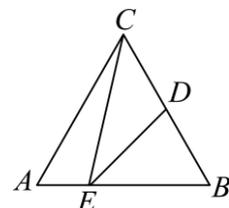
24. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $CD \perp BC$ 于点 C ，交 $\triangle ABC$ 的外接圆于点 D 。连接 BD ， $AE \perp BD$ 于点 E ，交 BC 的延长线于点 F 。



(1) 求证： $\angle BAF = \angle ABF$ ；

(2) 当 $AE = 1$ ， $BE = 2$ 时，求线段 EF 的长及 $\triangle ABC$ 的外接圆的半径长。

25. 如图, 在等边 $\triangle ABC$ 中, $AB = 5\text{cm}$, 点 D 是 BC 的中点, 点 E 是边 AB 上一个动点, 连接 CE , DE . 设 B, E 两点间的距离为 $x\text{cm}$, $CE + DE - CD = y\text{cm}$.



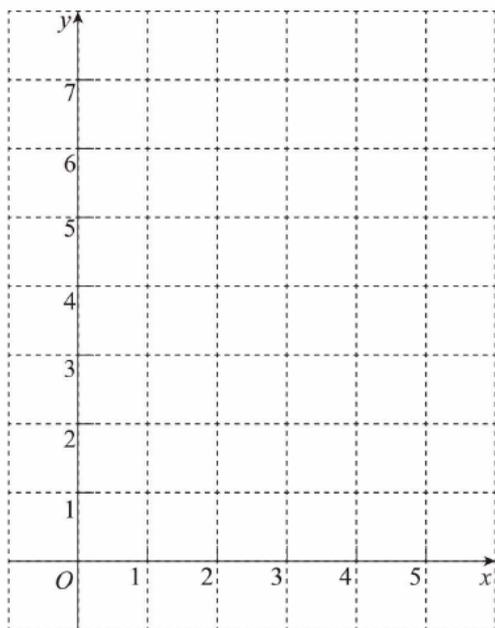
小明根据学习函数的经验, 对函数 y 随自变量 x 的变化而变化的规律进行了探究. 下面是小明的探究过程, 请补充完整:

(1) 按照下表中自变量 x 的值进行取点、画图、测量, 得到了 y 与 x 的几组对应值:

x/cm	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5
y/cm	5	4.6	4.3	4.1	4.2	m	4.6	5.1	5.6	6.2	6.8

m 的值为___ (保留一位小数);

(2) 在平面直角坐标系 xOy 中, 描出补全后的表中各组数值所对应的点 (x, y) , 并画出函数 y 的图象:



(3) 结合函数图象, 解决问题 (保留一位小数):

①当 $y = 5$ 时, B, E 两点间的距离约为___ cm ;

②当 $y = 4x$ 时, B, E 两点间的距离约为___ cm .

26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知抛物线 $y = ax^2 - 2amx + am^2 - 4 (a > 0)$.

(1) 求该抛物线的顶点坐标 (用含 m 的式子表示);

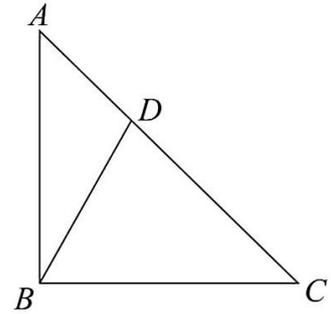
(2) 若对于该抛物线上的三个点 $A(m-2, y_1)$, $B(2m, y_2)$, $C(2m-2, y_3)$, 总有 $y_1 > y_2 > y_3$, 求实数 m 的取值范围.

27. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = BC$, $\angle ABC = 90^\circ$. 点 D 是 AC 边上的动点, $\angle DBA = \alpha (0^\circ < \alpha < 45^\circ)$, 点 C 关于直线 BD 的对称点为 E , 连接 AE . 直线 AE 与直线 BD 交于点 F .

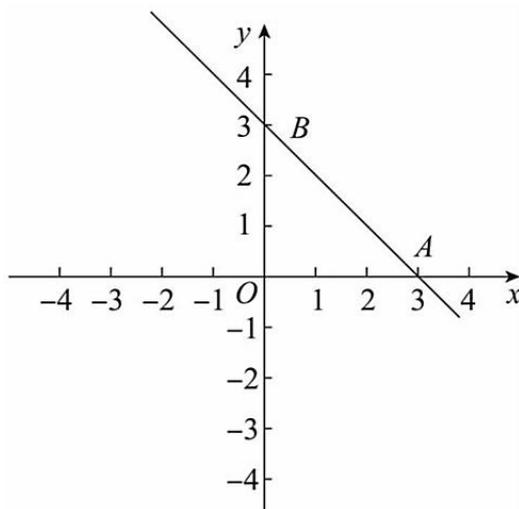
(1) 补全图形;

(2) 求 $\angle EFB$ 的大小;

(3) 用等式表示线段 FA , FB , FE 之间的数量关系, 并证明.



28. 在平面直角坐标系 xOy 中，对于线段 PQ 和直线 l ，称线段 PQ 的中点到直线 l 的距离为线段 PQ 关于直线 l 的平均距离，记为 t 。



已知点 $A(3,0)$ ， $B(0,3)$ 。

(1) 线段 AB 关于 x 轴的平均距离 t 为___；

(2) 若点 M 在 x 轴正半轴上，点 N 在 y 轴正半轴上，且 $MN = 2$ ，则线段 MN 关于直线 AB 的平均距离 t 的最小值为；

(3) 已知点 P 是半径为 1 的 $\odot O$ 上的动点，过点 P 作 x 轴的垂线交直线 AB 于点 Q ，直接写出线段 PQ 关于 x 轴的平均距离 t 的取值范围。