

数学试卷

考生须知

1. 本试卷共 8 页,共两部分,28 道小题,满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在答题卡上准确填写学校、班级、姓名和准考证号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上,在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上,选择题、作图题用 2B 铅笔作答,其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束,将答题卡交回。

第一部分 选择题

一、选择题(共 16 分,每题 2 分)

第 1-8 题均有四个选项,符合题意的选项只有一个。

1. 中国高铁是一张亮丽的名片,中国成功建设世界上规模最大、现代化水平最高的高速铁路网,形成了具有自主知识产权的世界先进高铁技术体系,打造了具有世界一流运营品质的中国高铁品牌. 截止到 2021 年底,中国电气化铁路总里程突破 11 万公里,其中高铁 41 000 公里. 将 41 000 用科学记数法表示应为

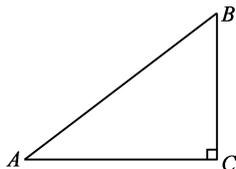
- (A) 0.41×10^5 (B) 41×10^3 (C) 4.1×10^5 (D) 4.1×10^4

2. 已知 $3x = 4y (y \neq 0)$, 那么下列比例式不成立的是

- (A) $\frac{x}{3} = \frac{y}{4}$ (B) $\frac{x}{4} = \frac{y}{3}$ (C) $\frac{x}{y} = \frac{4}{3}$ (D) $\frac{3}{y} = \frac{4}{x}$

3. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 4$, $BC = 3$, 那么 $\cos B$ 的值是

- (A) $\frac{4}{3}$ (B) $\frac{4}{5}$
(C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{3}{5}$

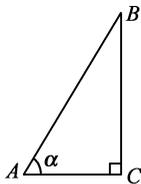


4. 在平面直角坐标系中,将抛物线 $y = x^2$ 平移,可以得到抛物线 $y = x^2 + 2x + 1$, 下列平移的叙述正确的是

- (A) 向上平移 1 个单位长度 (B) 向下平移 1 个单位长度
(C) 向左平移 1 个单位长度 (D) 向右平移 1 个单位长度

5. 如图,为测量楼房 BC 的高,在距离楼房底部 50m 的 A 处,测得楼顶 B 的仰角为 α , 那么楼房 BC 的高为

- (A) $50\sin\alpha$ (m) (B) $50\tan\alpha$ (m)
(C) $\frac{50}{\sin\alpha}$ (m) (D) $\frac{50}{\tan\alpha}$ (m)



6. 如图,在菱形 $ABCD$ 中,点 E 在边 AD 上,射线 CE 交 BA 的

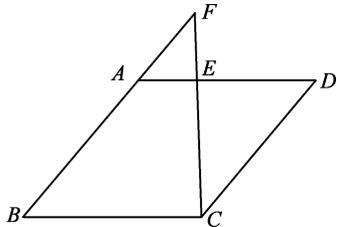
延长线于点 F ,若 $\frac{AE}{ED} = \frac{1}{2}$, $AB = 3$,则 AF 的长为

(A) 1

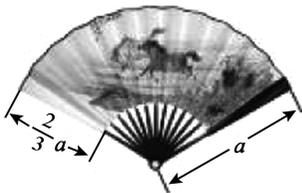
(B) $\frac{2}{3}$

(C) $\frac{3}{2}$

(D) 2



7. 如图,现有一把折扇和一把圆扇. 已知折扇的骨柄长等于圆扇的直径,折扇扇面的宽度是骨柄长的 $\frac{2}{3}$,折扇张开的角度为 120° ,则两把扇子扇面面积较大的是



(A) 折扇

(B) 圆扇

(C) 一样大

(D) 无法判断

8. 下面两个问题中都有两个变量:

① 矩形的周长为 20,矩形的面积 y 与一边长 x ;

② 矩形的面积为 20,矩形的宽 y 与矩形的长 x .

其中变量 y 与变量 x 之间的函数关系表述正确的是

(A) ①是反比例函数,②是二次函数

(B) ①是二次函数,②是反比例函数

(C) ①②都是二次函数

(D) ①②都是反比例函数

第二部分 非选择题

二、填空题(共 16 分,每题 2 分)

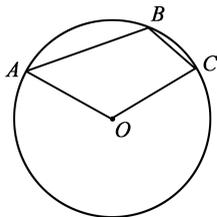
9. 分解因式: $x^2y - 4y =$ _____.

10. 对于二次函数 $y = -2(x+3)^2 - 1$,当 x 的取值范围是_____时, y 随 x 的增大而减小.

11. 某一时刻,小明测得一高为 1m 的竹竿的影长为 0.8m,小李测得一棵树的影长为 9.6m,那么这棵树的高是_____.

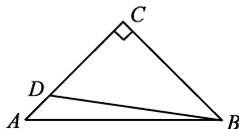
12. 将二次函数 $y=x^2-4x+3$ 化为 $y=a(x-h)^2+k$ 的形式, 则 $h=$ _____, $k=$ _____.

13. 如图, 点 A, B, C 都在 $\odot O$ 上, 如果 $\angle AOC = \angle ABC$, 那么 $\angle A + \angle C$ 的度数为 _____.

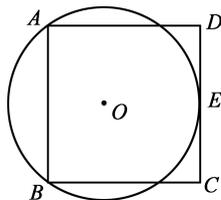


14. 若抛物线 $y=x^2-2x+k-1$ 与 x 轴有交点, 则 k 的取值范围是 _____.

15. 如图, 在等腰直角 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 点 D 是 AC 上一点, 如果 $CD=6$, $\sin \angle CBD = \frac{3}{5}$, 那么 AB 的长为 _____.



16. 如图, 正方形 $ABCD$ 的顶点 A, B 都在 $\odot O$ 上, 且 CD 边与 $\odot O$ 相切于点 E , 如果 $\odot O$ 的半径为 1, 那么正方形 $ABCD$ 的边长为 _____.



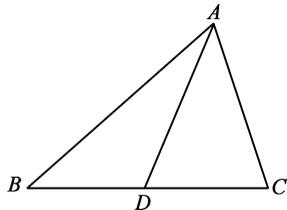
三、解答题(共 68 分, 第 17-21 题, 每题 5 分, 第 22-23 题, 每题 6 分, 第 24 题 5 分, 第 25-26 题, 每题 6 分, 第 27-28 题, 每题 7 分)

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

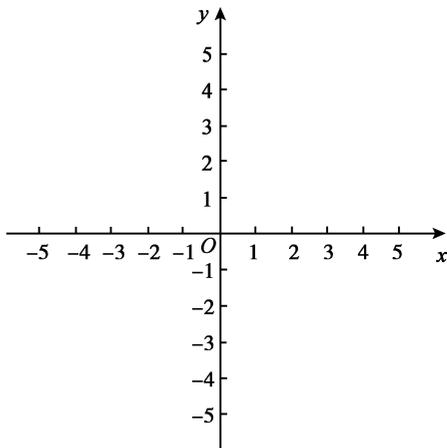
17. 计算: $2\sin 45^\circ + \sqrt{18} - \cos 60^\circ + (\sqrt{3}-1)^0$.

18. 解不等式组:
$$\begin{cases} 3-2x > 5-4x, \\ \frac{7x-3}{2} < 3x. \end{cases}$$

19. 如图,在 $\triangle ABC$ 中,点 D 在边 BC 上,且满足 $CA^2 = CD \cdot CB$. 请找出图中的一对相似三角形,并证明.



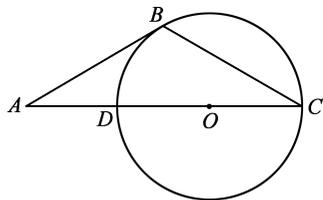
20. 已知:在平面直角坐标系 xOy 中,反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$)的图象与直线 $y = mx$ ($m \neq 0$)都经过点 $A(2,2)$.



- (1) 分别求 k, m 的值;
 (2) 若点 P 的坐标为 $(n, 0)$ ($n > 0$),过点 P 作平行于 y 轴的直线与直线 $y = mx$ 和反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象分别交于点 C, D ,若点 D 在点 C 的上方,直接写出 n 的取值范围.

21. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$,若 $AB = 2$. 请你添加一个条件:_____,设计一道解直角三角形的题目(不用计算器计算),并画出图形,解这个直角三角形.

22. 如图, A 是 $\odot O$ 的直径 CD 延长线上的一点,点 B 在 $\odot O$ 上, $\angle A = \angle C = 30^\circ$.



- (1) 求证: AB 是 $\odot O$ 的切线;

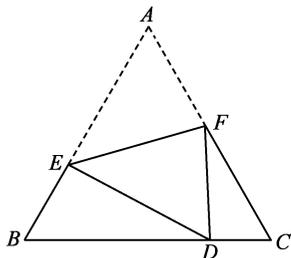
- (2) 若 $BC = 2\sqrt{3}$,求 AC 的长.

23. 如图,将等边三角形 ABC 折叠,使点 A 落在 BC 边上的点 D 处(不与 B 、 C 重合),折痕为 EF .

(1) 求证: $\triangle BDE \sim \triangle CFD$;

(2) 若 $BD=6, DC=2$, 分别求 $\triangle BDE, \triangle CFD$ 的周长;

(3) 在(2)的条件下,求 BE 的长.



24. 在证明圆周角定理时,某学习小组讨论出圆心与圆周角有三种不同的位置关系(如图 1, 2, 3 所示),小敏说:当圆心 O 在 $\angle ACB$ 的边上时,只要利用三角形内角和定理的推论和等腰三角形的性质即可证明. 小亮说:当圆心 O 在 $\angle ACB$ 的内部或外部时,可以通过添加直径这条辅助线,把问题转化为圆心 O 在 $\angle ACB$ 的边上时的特殊情形来解决. 请选择图 2 或图 3 中的一种,完成证明.

圆周角定理:一条弧所对的圆周角等于它所对的圆心角的一半.

已知:如图,在 $\odot O$ 中, \widehat{AB} 所对的圆周角是 $\angle ACB$, 圆心角是 $\angle AOB$.

求证: $\angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB$.

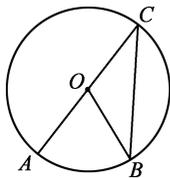


图 1

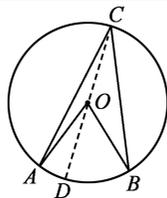


图 2

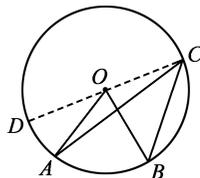


图 3

25. 如图 1 是某条公路的一个具有两条车道的隧道的横断面. 经测量, 两侧墙 AD 和 BC 与路面 AB 垂直, 隧道内侧宽 $AB=8$ 米. 为了确保隧道的安全通行, 工程人员在路面 AB 上取点 E , 测量点 E 到墙面 AD 的距离 AE , 点 E 到隧道顶面的距离 EF . 设 $AE=x$ 米, $EF=y$ 米. 通过取点、测量, 工程人员得到了 x 与 y 的几组值, 如下表:

x (米)	0	2	4	6	8
y (米)	4.0	5.5	6.0	5.5	4.0

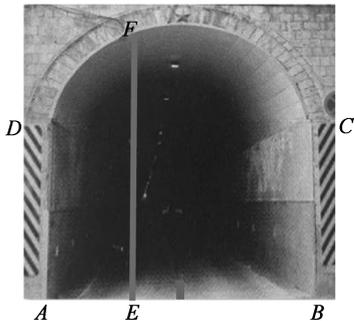


图 1

(1) 根据上述数据, 直接写出隧道顶面到路面 AB 的最大距离为_____米, 并求出满足的函数关系式 $y=a(x-h)^2+k(a<0)$;

(2) 请你帮助工程人员建立平面直角坐标系, 描出上表中各对对应值为坐标的点, 画出可以表示隧道顶面的函数的图象.

(3) 若如图 2 的汽车在隧道内正常通过时, 汽车的任何部位需到左侧墙及右侧墙的距离不小于 1 米且到隧道顶面的距离不小于 0.35 米. 按照这个要求, 隧道需标注的限高应为多少米 (精确到 0.1 米)?

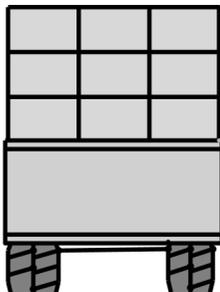
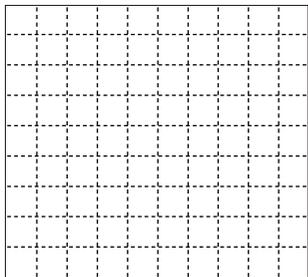


图 2

26. 已知: 二次函数 $y=ax^2-2ax+a+1$.

(1) 求这个二次函数图象的对称轴和顶点坐标;

(2) 若点 $A(n+1, y_1)$, $B(n-2, y_2)$ 在抛物线 $y=ax^2-2ax+a+1(a>0)$ 上, 且 $y_1<y_2$, 求 n 的取值范围.

27. 已知:在平行四边形 $ABCD$ 中, $AE \perp BC$ 于点 E , DF 平分 $\angle ADC$,交线段 AE 于点 F .

(1) 如图 1,若 $AE=AD$,延长 EA 到点 G ,使得 $AG=BE$,连结 DG ,依题意补全图形并证明 $DG=AB$;

(2) 在(1)的条件下,用等式表示线段 CD,AF,BE 之间的数量关系,并证明;

(3) 如图 2,若 $AE:AD=1:2$,用等式表示线段 CD,AF,BE 之间的数量关系,直接写出结果.

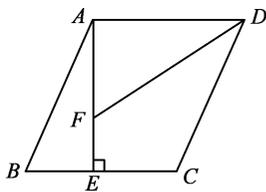


图 1

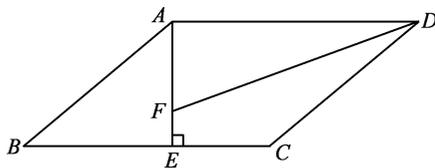


图 2

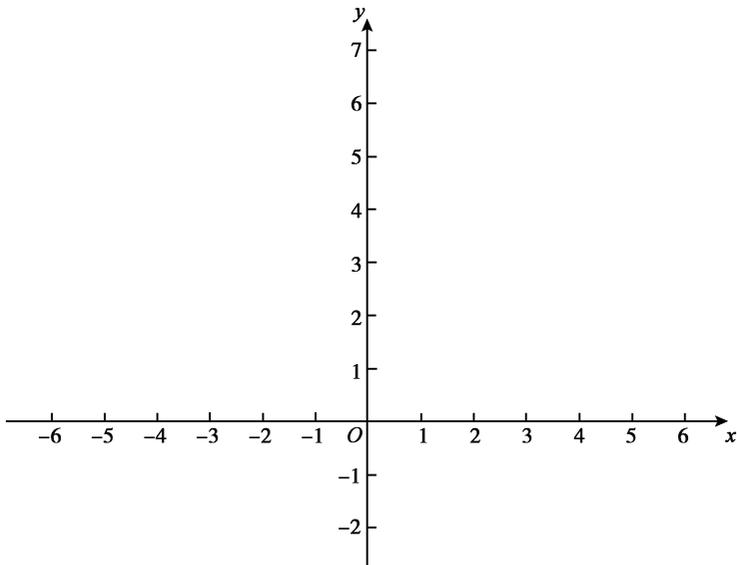
28. 在平面直角坐标系 xOy 中,图形 M 上存在一点 P ,将点 P 先向右平移一个单位长度,再向上平移一个单位长度得到点 Q ,若点 Q 在图形 N 上,则称图形 M 与图形 N 成“斜关联”.

(1) 已知点 $A(-2,1), B(-2,2), C(-1,2), D(-1,1)$.

① 点 A 与 B, C, D 中的哪个点成“斜关联”?

② 若线段 AB 与双曲线 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 成“斜关联”,求 k 的取值范围;

(2) 已知 $\odot T$ 的半径为 1,圆心 T 的坐标为 $(t,0)$,直线 l 的表达式为 $y = \sqrt{3}x + 6$,若 $\odot T$ 与直线 l 成“斜关联”,请直接写出 t 的取值范围.



草稿纸