大兴区2023~2024学年度第二学期高二期末检测

数　学

2024．7

1. 本试卷共4页，共两部分，21道小题，满分150分。考试时间120分钟。
2. 在试卷和答题卡上准确填写学校名称、班级、姓名和准考证号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上，选择题用2B铅笔作答，其他题用黑色字迹签字笔作答。

第一部分（选择题　共40分）

一、选择题共10小题，每小题4分，共40分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

（1）在$(x-\frac{1}{x^2})^6$的展开式中，常数项为

（A）15　　（B）30

（C）-15　　（D）-30

（2）若数列$1, a, b, c, 9$是等比数列，则实数b的值为

（A）-3　　（B）3

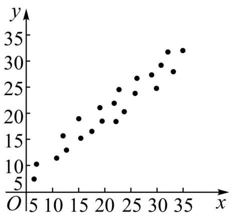
（C）-9　　（D）9

（3）有5名同学被安排在周一至周五值日，每人值日一天，其中同学甲只能在周三值日，那么这5名同学值日顺序的不同编排方案种数为

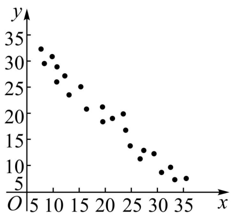
（A）A_5^5　　（B）A_4^4

（C）$A_5^5-A_4^4$　　（D）$A_3^1A_4^4$

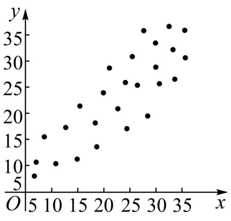
（4）对四组数据进行统计，获得以下散点图，关于其相关系数的比较，正确的是



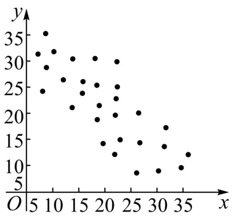
①相关系数r_1



②相关系数r_2



③相关系数r_3

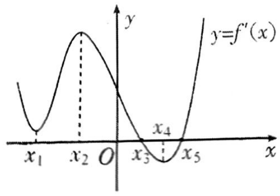


④相关系数r_4

（A）$r_2<r_4<r_3<r_1$　　（B）$r_2<r_4<r_1<r_3$

（C）$r_4<r_2<r_1<r_3$　　（D）$r_4<r_2<r_3<r_1$

（5）已知函数$f(x)$的导数$f'(x)$的图象如图所示，则$f(x)$的极大值点为



（A）x_1和x_4　　（B）x_2

（C）x_3　　（D）x_5

（6）随机变量 X 服从正态分布 $X \sim N(2, \sigma^2)$，若 $P(2 \leqslant X < 4) = 0.3$，则 $P(X \leqslant 0) =$

（A）0.2　　　　（B）0.3

（C）0.4　　　　（D）0.5

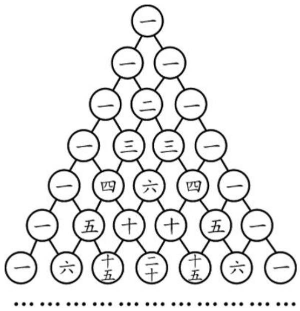
（7）已知 $\{a_n\}$ 为等差数列，若 m, n, p, q 是正整数，则“$m+n=p+q$”是

“$a_m + a_n = a_p + a_q$”的

（A）充分而不必要条件　　　　（B）必要而不充分条件

（C）充分必要条件　　　　（D）既不充分也不必要条件

（8）我国南宋数学家杨辉所著的《详解九章算法》一书中，记录了如图所示的“杨辉三角”．若将这些数字依次排列构成数列 1，1，1，1，2，1，1，3，3，1，1，4，6，4，1，…，则此数列的第 2024 项为



（A）C_{62}^{5}　　　　（B）C_{63}^{5}

（C）C_{63}^{6}　　　　（D）C_{63}^{7}

（9）已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，公比为 q，且 $S_2 < 0$，则

（A）数列 $\{S_n\}$ 是递增数列　　　　（B）数列 $\{S_n\}$ 是递减数列

（C）数列 $\{S_{2n}\}$ 是递增数列　　　　（D）数列 $\{S_{2n}\}$ 是递减数列

（10）已知函数 $f(x) = \dfrac{x+1}{e^x}$. 若过点 $P(-1, m)$ 存在 3 条直线与曲线 $y = f(x)$ 相切，则实数 m 的取值范围是

（A）$(-\dfrac{1}{e}, \dfrac{4}{e})$　　　　（B）$(0, \dfrac{8}{e})$

（C）$(0, \dfrac{4}{e})$　　　　（D）$(\dfrac{1}{e}, \dfrac{8}{e})$

第二部分　（非选择题　共 110 分）

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

（11）设随机变量 $X \sim B(2, \dfrac{1}{3})$，则 $E(X) =$_____.

（12）$(2-x)^7$ 展开式中各项的系数和为______.

（13）袋子中有大小相同的 7 个白球和 3 个黑球，每次从袋子中不放回地随机摸出 1 个球，则在第 1 次摸到白球的条件下，第 2 次摸到白球的概率是______；两次都摸到白球的概率是______.

（14）随机变量 X 的分布列如下：

X	-1	0	1
P	a	b	c

其中 a，b，c 成等差数列，则 $P(|X|=1)=$______；若 $a=\dfrac{1}{6}$，则方差 $D(X)=$_____.

（15）已知某商品的日销售量 y(单位：套)与销售价格 x(单位：元/套)满足的函数关系式为 $y=\dfrac{m}{x-3}+3(x-8)^2$，其中 $x\in(3,8)$，m 为常数．当销售价格为 5 元/套时，每日可售出 30 套．

①实数 $m=$______；

②若商店销售该商品的销售成本为每套 3 元（只考虑销售出的套数），当销售价格 $x=$ ______元/套时（精确到0.1），日销售该商品所获得的利润最大．

三、解答题共 6 小题，共 85 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

（16）（本小题共 14 分）

已知二项式 $(1-2x)^n$，再从条件①、条件②、条件③这三个条件中选择一个作为已知，并解答下列问题：

（Ⅰ）求 n 的值；

（Ⅱ）设 $(1-2x)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n$，求展开式中所有奇数项的系数和．

条件①：只有第 4 项的二项式系数最大；

条件②：第 2 项与第 6 项的二项式系数相等；

条件③：所有二项式系数的和为 64 ．

注：如果选择多个符合要求的条件分别解答，按第一个解答计分．

（17）（本小题共 14 分）

某种水果按照果径大小可分为四级：标准果、优质果、精品果、礼品果. 某采购商从采购的一批水果中随机抽取 100 个，利用水果的等级分类标准得到的数据如下：

等级	标准果	优质果	精品果	礼品果
个数	10	30	40	20

假设用频率估计概率.

（Ⅰ）从这 100 个水果中有放回地随机抽取 4 个，求恰好有 2 个水果是礼品果的概率；

（Ⅱ）采用分层抽样的方法从这 100 个水果中抽取 10 个，再从抽取的 10 个水果中不放回地随机抽取 3 个，若 X 表示抽到的精品果的数量，求 X 的分布列和期望．

(18)（本小题共 14 分）

已知函数 $f(x)=x^2-3x+2+\ln x$.

（Ⅰ）求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程；

（Ⅱ）求 $f(x)$ 的零点个数.

(19)（本小题共 14 分）

某同学参加闯关游戏，需要回答三个问题，其中前两个问题回答正确各得 10 分，回答不正确得 0 分，第三个问题回答正确得 20 分，回答不正确得 -10 分．已知这位同学回答前两个问题正确的概率都是 $\frac{2}{3}$，回答第三个问题正确的概率为 $\frac{1}{2}$，且各题回答正确与否相互之间没有影响，若回答这三个问题的总分不低于 10 分就算闯关成功.

（Ⅰ）求至少回答正确一个问题的概率；

（Ⅱ）求这位同学回答这三个问题的总得分 X 的分布列.

(20)（本小题共 14 分）

已知函数 $f(x)=\ln x-ax+a$，$g(x)=xe^x-2x$.

（Ⅰ）若 $x=3$ 是函数 $f(x)$ 的极值点，求实数 a 的值；

（Ⅱ）求函数 $y=f(x)$ 的单调区间；

（Ⅲ）已知 $a=1$，当 $x\in(0,+\infty)$，试比较 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的大小，并说明理由.

(21)（本小题共 15 分）

若无穷数列 $\{a_n\}$ 满足：只要 $a_p=a_q(p,q\in\mathbf{N}^*)$，必有 $a_{p+1}=a_{q+1}$，则称 $\{a_n\}$ 具有性质 P.

（Ⅰ）若 $\{a_n\}$ 具有性质 P，且 $a_1=1$，$a_2=2$，$a_4=3$，$a_5=2$，$a_6+a_7+a_8=21$，求 a_3 的值；

（Ⅱ）若无穷数列 $\{b_n\}$ 是等差数列，无穷数列 $\{c_n\}$ 是公比为正数的等比数列，$b_1=c_5=1$，$b_5=c_1=81$，$a_n=b_n+c_n$，判断 $\{a_n\}$ 是否具有性质 P，并说明理由；

（Ⅲ）设 $\{b_n\}$ 是无穷数列，已知 $a_{n+1}=b_n+\sin a_n(n\in\mathbf{N}^*)$，求证：“对任意 a_1，$\{a_n\}$ 都具有性质 P”的充分必要条件为“$\{b_n\}$ 是常数列”.