

数学试卷

2024.5

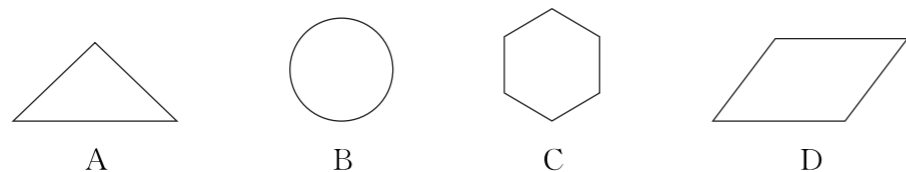
学校 _____ 班级 _____ 姓名 _____ 教育 ID 号 _____

考生须知	1. 本试卷共 8 页,共三道大题,28 道小题,满分 100 分,考试时间 120 分钟。 2. 在试卷和答题卡上准确填写学校、班级、姓名和教育 ID 号。 3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上,在试卷上作答无效。 4. 在答题卡上,选择题、作图题用 2B 铅笔作答,其他试题用黑色字迹签字笔作答。 5. 考试结束后,将本试卷、答案卡和草稿纸一并交回。
------	--

一、选择题(本题共 16 分,每小题 2 分)

第 1—8 题均有四个选项,符合题意的选项只有一个。

1. 下列图形中,是轴对称图形但不是中心对称图形的是



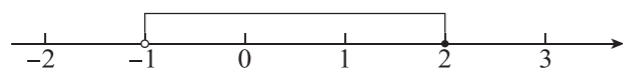
2. 4 月 18 日是国际古迹遗址日。在国家考古遗址公园联盟联席会上发布的《2023 年度国家考古遗址公园运营报告》显示,圆明园等全国 55 家国家考古遗址公园 2023 年接待游客总量超 6 700 万人次,同比增长 135%。将 67 000 000 用科学记数法表示应为

- A. 6.7×10^8 B. 6.7×10^7
 C. 67×10^6 D. 0.67×10^8

3. 在下列各式中,从左到右计算结果正确的是

- A. $\sqrt{8} - \sqrt{6} = \sqrt{2}$ B. $(x-1)^2 = x^2 - 1$
 C. $\sqrt{(-2)^2} = -2$ D. $\frac{x-1}{x+1} + \frac{2}{x+1} = 1$

4. 若实数 x 的取值范围在数轴上的表示如图所示,在下列结论中,正确的是



- A. $|x| = x$ B. $0 < x+1 \leq 3$
 C. $-2 \leq 2x \leq 4$ D. $1 < x^2 \leq 4$

5. 若一个多边形的内角和是外角和的 3 倍,则这个多边形的边数是

- A. 5 B. 6 C. 8 D. 10

6. 一个圆锥的底面半径的长为 3,母线的长为 15,则侧面展开图的面积是

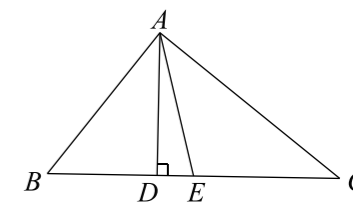
- A. 6π B. 9π C. 45π D. 54π

7. 在一个不透明的盒子中装有 3 个小球,其中 2 个红球、1 个绿球,除颜色不同外,其它没有任何差异. 小红将小球摇匀,从中随机摸出 2 个小球,恰好是 1 个红球和 1 个绿球的概率是

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{4}{9}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

8. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AD \perp BC$ 于点 D ,点 E 是 BC 的中点. 设 $AB=c, AC=b, AD=h, BD=m, CD=n, m < n$,且 $h^2 = mn$,有以下三个结论:

- ① $c^2 = m^2 + mn$;
 ② 点 A, B, C 在以点 E 为圆心, $\frac{1}{2}(m+n)$ 为半径的圆上;
 ③ $b^2 + m^2 > 3h^2$.



上述结论中,所有正确结论的序号是

- A. ①② B. ①③ C. ②③ D. ①②③

二、填空题(本题共 16 分,每小题 2 分)

9. 若分式 $\frac{2}{x-1}$ 有意义,则实数 x 的取值范围是 _____.

10. 因式分解: $ma^2 + 4ma + 4m =$ _____.

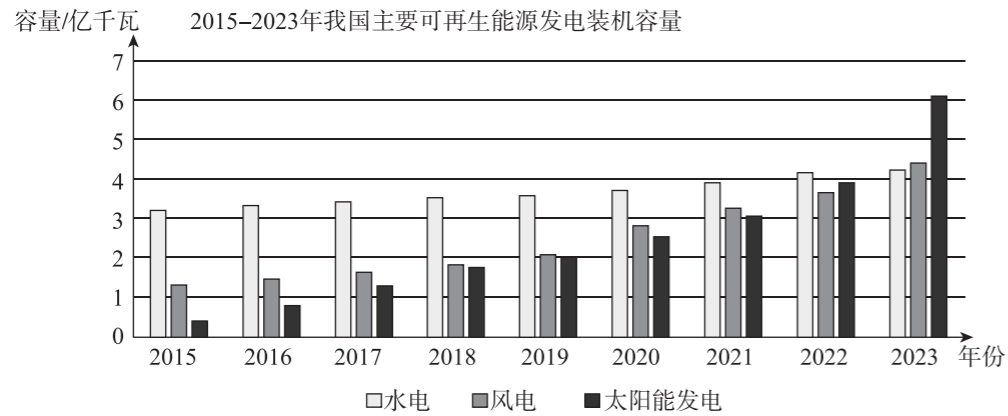
11. 当 $a =$ _____, $b =$ _____ 时,可以说明“若 $a > b$,则 $a^2 > b^2$ ”是假命题(写出一组 a, b 的值即可).

12. 在平面直角坐标系 xOy 中,若点 $(2, 4)$ 是函数 $y = k_1x (k_1 \neq 0)$ 和 $y = \frac{k_2}{x} (k_2 \neq 0)$ 的图象的一个交点,则这两个函数图象的另一个交点的坐标是 _____.

13. 若 $m^2 + m - 5 = 0$,则代数式 $(\frac{1}{m} - \frac{1}{m^2}) \div \frac{m^2 - 1}{10m}$ 的值为 _____.

14. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (m+1)x + m = 0$ 的两个实数根的差等于 2,则实数 m 的值是 _____.

15. 下图是 2015—2023 年我国主要可再生能源发电装机容量(亿千瓦)统计图.

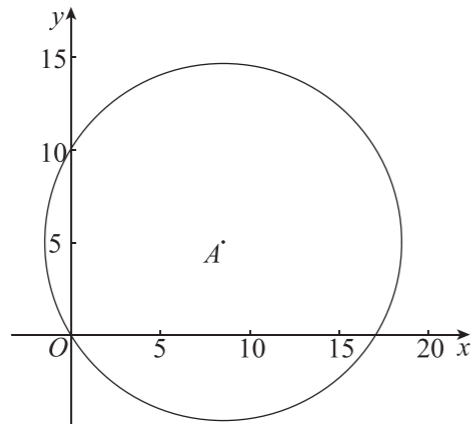


根据上述信息,下列推断合理的是_____ (填写序号).

- ①2015—2023 年,我国主要可再生能源发电中,太阳能发电装机容量增幅最大;
- ②2015—2023 年,相对于风电和太阳能发电,我国水电发电装机容量比较稳定;
- ③2015—2023 年,我国水电发电装机容量一直高于风电发电装机容量.

16. 现有一半径 10 米的圆形场地,建立如图所示的平面直角坐标系 xOy ,场地圆心 A 的坐标为 $(5\sqrt{3}, 5)$. 机器人在该场地中(含边界),根据指令 $[s, \alpha]$ ($s \geq 0, 0^\circ < \alpha < 180^\circ$) 完成下列动作:先朝其面对的方向沿直线行走距离 s ,再在原地逆时针旋转角度 α ,执行任务. 机器人位于坐标原点 O 处,且面对 x 轴正方向.

- (1)若给机器人下达指令 $[4, 90^\circ]$,则机器人至少重复执行_____次该指令能回到坐标原点 O 处;
- (2)若给机器人下达指令 $[s, \alpha]$,使机器人重复执行该指令回到坐标原点 O 处,且 s 最大,则应给机器人下达的指令是_____.



三、解答题(本题共 68 分,第 17—22 题,每题 5 分,第 23—26 题,每题 6 分,第 27—28 题,每题 7 分) 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算: $\sqrt{12} - \tan 60^\circ + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1} - (-2)^3$.

18. 解不等式组:
$$\begin{cases} 2(x+1) < 5x-4, \\ \frac{6x+1}{3} \geq x-1. \end{cases}$$

19. 如图,已知 $\odot O$ 及 $\odot O$ 外一点 P .

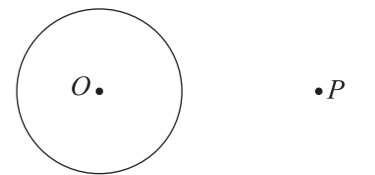
求作: $\odot O$ 的切线 PA, PC .

作法:

- ①连接 OP ;
 - ②分别以点 O, P 为圆心,大于 $\frac{1}{2}OP$ 的长为半径画弧,两弧分别交于点 M, N ,作直线 MN 交 OP 于点 B ;
 - ③以点 B 为圆心, OB 的长为半径画圆,交 $\odot O$ 于点 A, C (点 A 位于 OP 的上方);
 - ④作直线 PA, PC ;
- 则直线 PA, PC 就是所求作的直线.

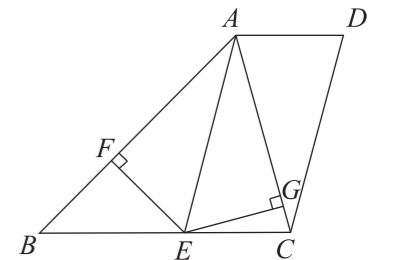
(1)利用直尺和圆规,补全图形(保留作图痕迹);

(2)设线段 OP 交 $\odot O$ 于点 E ,连接 OA, AC, CE . 若 $\angle ACE = 34^\circ$, 则 $\angle AOP =$ _____ $^\circ$, $\angle APC =$ _____ $^\circ$.



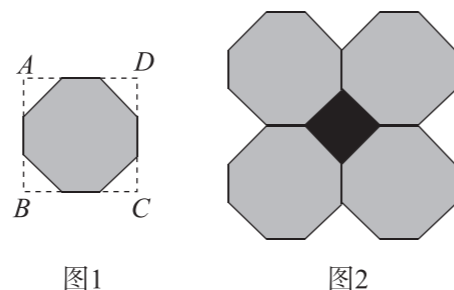
20. 如图,在四边形 $ABCD$ 中,点 E 在 BC 上, $AE \parallel CD$, $\angle ACB = \angle DAC$, $EF \perp AB$ 于点 F , $EG \perp AC$ 于点 G , $EF = EG$.

- (1)求证: 四边形 $AECD$ 是平行四边形;
- (2)若 $CD = 4$, $\angle B = 45^\circ$, $\angle CEG = 15^\circ$, 求 AB 的长.



21. 列方程或方程组解应用题.

如图 1, 正方形 $ABCD$ 是一块边长为 30 cm 的灰色地砖, 在 A, B, C, D 四个顶点处截去四个全等的等腰直角三角形后, 得到一块八边形地砖. 用四块相同的该八边形地砖和一块黑色正方形地砖拼成如图 2 所示的图案, 该图案的面积为 $3\ 000\text{ cm}^2$ (不考虑接缝), 求一块八边形地砖和黑色正方形地砖的面积.



22. 在平面直角坐标系 xOy 中, 函数 $y=kx+b(k \neq 0)$ 的图象经过点 $A(1,0)$ 和 $B(2,1)$.

(1) 求该函数的解析式;

(2) 当 $x > 3$ 时, 对于 x 的每一个值, 函数 $y=mx+\frac{1}{2}$ 的值小于函数 $y=kx+b(k \neq 0)$

的值, 当 $x < -1$ 时, 对于 x 的每一个值, 函数 $y=mx+\frac{1}{2}$ 的值小于 0, 直接写出

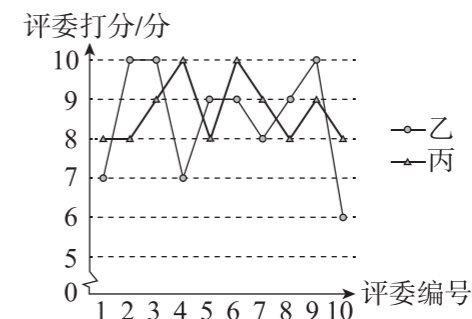
m 的值.

23. 某校举办“学生讲堂”, 1 班为了选出一位同学代表班级参赛, 先后进行了笔试和面试. 在笔试中, 甲、乙、丙三位同学脱颖而出, 他们的笔试成绩(满分 100)分别是 95, 94, 88. 在面试中, 十位评委对甲、乙、丙三位同学的表现进行打分, 每位评委最高打 10 分, 面试成绩等于各位评委打分之和. 对甲、乙、丙三位同学的面试的数据进行整理、描述和分析, 下面给出了部分信息.

a. 评委给甲同学打分如下:

10, 10, 9, 8, 8, 8, 7, 7, 6, 5

b. 评委给乙、丙两位同学打分的折线图:



c. 甲、乙、丙三位同学面试情况统计表:

同学	评委打分中位数	面试成绩
甲	8	m
乙	9	85
丙	n	87

根据以上信息, 回答下列问题:

(1) 直接写出表中 m, n 的值;

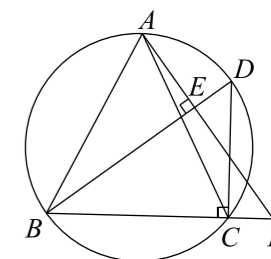
(2) 在面试中, 如果评委给某个同学的打分的方差越小, 则认为评委对该同学面试的评价越一致. 据此推断: 甲、乙、丙三位同学中, 评委对 _____ 的评价更一致 (填“甲”、“乙”或“丙”);

(3) 在笔试和面试两项成绩中, 按笔试成绩占 40%, 面试成绩占 60%, 计算甲、乙、丙的综合成绩, 综合成绩最高的是 _____ (填“甲”、“乙”或“丙”).

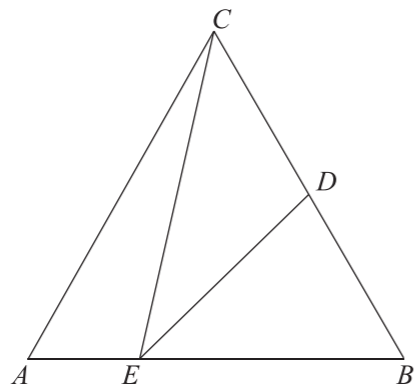
24. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $CD \perp BC$ 于点 C , 交 $\triangle ABC$ 的外接圆于点 D . 连接 BD , $AE \perp BD$ 于点 E , 交 BC 的延长线于点 F .

(1) 求证: $\angle BAF = \angle ABF$;

(2) 当 $AE=1, BE=2$ 时, 求线段 EF 的长及 $\triangle ABC$ 的外接圆的半径长.



25. 如图,在等边 $\triangle ABC$ 中, $AB=5$ cm,点 D 是 BC 的中点,点 E 是边 AB 上一个动点,连接 CE,DE . 设 B,E 两点间的距离为 x cm, $CE+DE-CD=y$ cm.



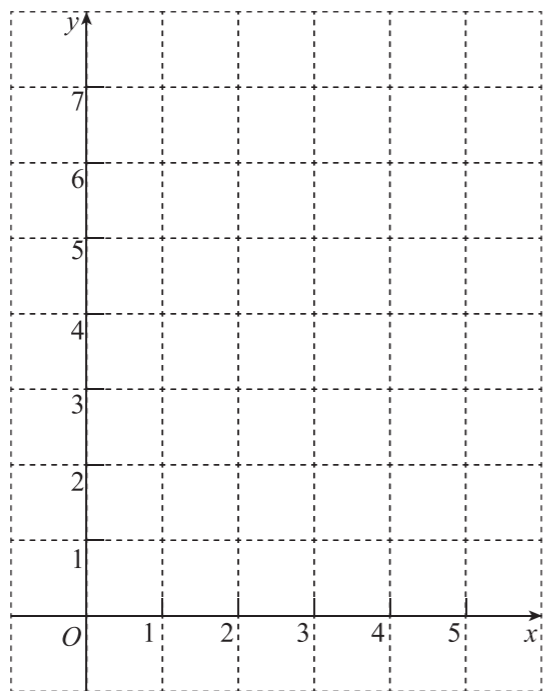
小明根据学习函数的经验,对函数 y 随自变量 x 的变化而变化的规律进行了探究. 下面是小明的探究过程,请补充完整:

- (1)按照下表中自变量 x 的值进行取点、画图、测量,得到了 y 与 x 的几组对应值:

x/cm	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5
y/cm	5	4.6	4.3	4.1	4.2	m	4.6	5.1	5.6	6.2	6.8

m 的值为 _____ (保留一位小数);

- (2)在平面直角坐标系 xOy 中,描出补全后的表中各组数值所对应的点 (x,y) ,并画出函数 y 的图象;



- (3)结合函数图象,解决问题(保留一位小数):

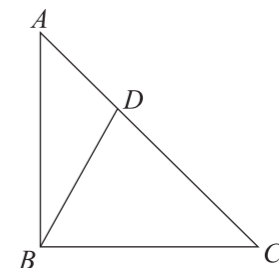
- ①当 $y=5$ 时, B,E 两点间的距离约为 _____ cm;
- ②当 $y=4x$ 时, B,E 两点间的距离约为 _____ cm.

26. 在平面直角坐标系 xOy 中,已知抛物线 $y=ax^2-2amx+am^2-4(a>0)$.

- (1)求该抛物线的顶点坐标(用含 m 的式子表示);
- (2)若对于该抛物线上的三个点 $A(m-2, y_1), B(2m, y_2), C(2m-2, y_3)$, 总有 $y_1 > y_2 > y_3$, 求实数 m 的取值范围.

27. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=BC, \angle ABC=90^\circ$. 点 D 是 AC 边上的动点, $\angle DBA=\alpha$ ($0^\circ < \alpha < 45^\circ$),点 C 关于直线 BD 的对称点为 E ,连接 AE . 直线 AE 与直线 BD 交于点 F .

- (1)补全图形;
- (2)求 $\angle EFB$ 的大小;
- (3)用等式表示线段 FA, FB, FE 之间的数量关系,并证明.



28. 在平面直角坐标系 xOy 中,对于线段 PQ 和直线 l ,称线段 PQ 的中点到直线 l 的距离为线段 PQ 关于直线 l 的平均距离,记为 t .

已知点 $A(3,0), B(0,3)$.

- (1)线段 AB 关于 x 轴的平均距离 t 为 _____;
- (2)若点 M 在 x 轴正半轴上,点 N 在 y 轴正半轴上,且 $MN=2$,则线段 MN 关于直线 AB 的平均距离 t 的最小值为 _____;
- (3)已知点 P 是半径为 1 的 $\odot O$ 上的动点,过点 P 作 x 轴的垂线交直线 AB 于点 Q ,直接写出线段 PQ 关于 x 轴的平均距离 t 的取值范围.

