东城区 2023—2024 学年度第二学期初三年级统一测试(二)

数学试卷参考答案及评分标准

2024.5

一、选择题(每题 2 分,共 16 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	B	D	B	C	C	D	D

二、填空题(每题 2 分,共 16 分)

9. $x\neq 1$　10. $m(a+2)^2$　11. 答案不唯一,如 $a=0,b=-1$　12. $(-2,-4)$　13. 2

14. -1 或 3　15. ①②　16. (1)4　(2)$[10\sqrt{3},120°]$

三、解答题(共 68 分,第 17—22 题,每题 5 分,第 23—26 题,每题 6 分,第 27—28 题,每题 7 分)

17. 解:$\sqrt{12}-\tan 60°+\left(-\frac{1}{2}\right)^{-1}-(-2)^3$

$=2\sqrt{3}-\sqrt{3}-2+8$ ………………………………………… 4 分

$=\sqrt{3}+6$. ………………………………………… 5 分

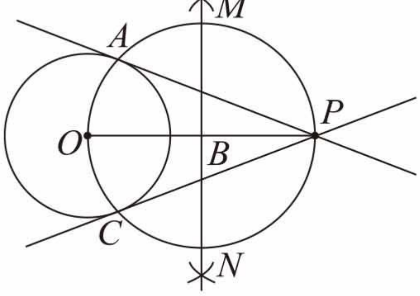
18. 解:$\begin{cases}2(x+1)<5x-4, ①\\ \frac{6x+1}{3}\geqslant x-1. ②\end{cases}$

解不等式①,得 $x>2$. ………………………………………… 2 分

解不等式②,得 $x\geqslant -\frac{4}{3}$. ………………………………………… 4 分

∴原不等式组的解集为 $x>2$. ………………………………………… 5 分

19. 解:(1)补全图形. ………………………………………… 3 分



(2)68,44. ………………………………………… 5 分

20. (1)证明：∵$\angle ACB=\angle DAC$，

∴$AD/\!/BC$.

∵$AE/\!/CD$，

∴四边形 $AECD$ 是平行四边形. ………………………………………………………… 2 分

(2) 解：∵四边形 $AECD$ 是平行四边形，$CD=4$，

∴$AE=CD=4$. ………………………………………………………………………… 3 分

∵$EF\perp AB$ 于点 F，$EG\perp AC$ 于点 G，$EF=EG$，

∴$\angle BAE=\angle CAE$，$\angle BFE=\angle CGE=90^\circ$.

∵$\angle B=45^\circ$，$\angle CEG=15^\circ$，

∴$\angle BEF=45^\circ$，$\angle ECA=75^\circ$.

∴$\angle BAC=60^\circ$，$BF=EF$. ………………………………………………………… 4 分

∴$\angle BAE=\angle CAE=30^\circ$.

在 Rt$\triangle AFE$ 中，$EF=\frac{1}{2}AE=2$，根据勾股定理，得 $AF=2\sqrt{3}$.

∴$BF=EF=2$.

∴$AB=2+2\sqrt{3}$. ………………………………………………………………………… 5 分

21. 解：设一块八边形地砖和黑色正方形地砖的面积分别为 $x\ \mathrm{cm}^2$，$y\ \mathrm{cm}^2$.

根据题意列方程组，得

$$\begin{cases}4x+y=3000,\\ x+y=900.\end{cases}$$

解方程组，得

$$\begin{cases}x=700,\\ y=200.\end{cases}$$

答：一块八边形地砖和黑色正方形地砖的面积分别为 $700\ \mathrm{cm}^2$，$200\ \mathrm{cm}^2$. ………… 5 分

22. 解：(1)将点 $A(1,0)$ 和 $B(2,1)$ 代入 $y=kx+b(k\neq0)$，得 $\begin{cases}k+b=0,\\2k+b=1.\end{cases}$ ……………… 1 分

解得 $\begin{cases}k=1,\\b=-1.\end{cases}$

∴该函数的解析式为 $y=x-1$. ………………………………………………………………… 3 分

(2) $m=\dfrac{1}{2}$. ……………………………………………………………………………………… 5 分

23. 解：(1) $m=78$，$n=8.5$. ……………………………………………………………………… 2 分

(2)丙. ………………………………………………………………………………………………… 4 分

(3)乙. ………………………………………………………………………………………………… 6 分

24. (1)证明：∵ $CD\perp BC$，

∴ $\angle BCD=\angle ACB+\angle ACD=90^\circ$.

∵ $AE\perp BD$，

∴ $\angle AEB=90^\circ$.

∴ $\angle BAF+\angle ABD=90^\circ$.

∵ $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{AD}$，

∴ $\angle ACD=\angle ABD$.

∴ $\angle ACB=\angle BAF$.

∵ $AB=AC$，

∴ $\angle ABF=\angle ACB$.

∴ $\angle BAF=\angle ABF$. ……………………………………………………………………… 3 分

(2)解：∵ $\angle BAF=\angle ABF$，

∴ $BF=AF$.

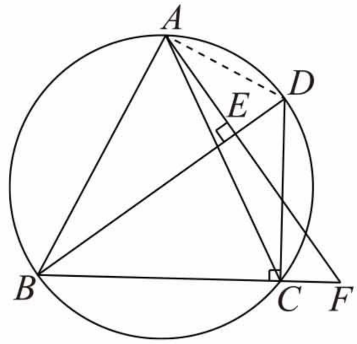
设 $EF=x$，则 $BF=x+1$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle BEF$ 中，$\angle BEF=90^\circ$，

由勾股定理，得 $BE^2+EF^2=BF^2$，

即 $2^2+x^2=(x+1)^2$.

解得 $x=\dfrac{3}{2}$.



$\therefore EF=\frac{3}{2}$. …………………………………………………………………………………… 5分

在 Rt$\triangle AEB$ 中，$\angle AEB=90°$，$AE=1$，$BE=2$，

$\therefore AB=\sqrt{AE^2+BE^2}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$.

$\because \angle BCD=90°$，

$\therefore BD$ 是圆的直径.

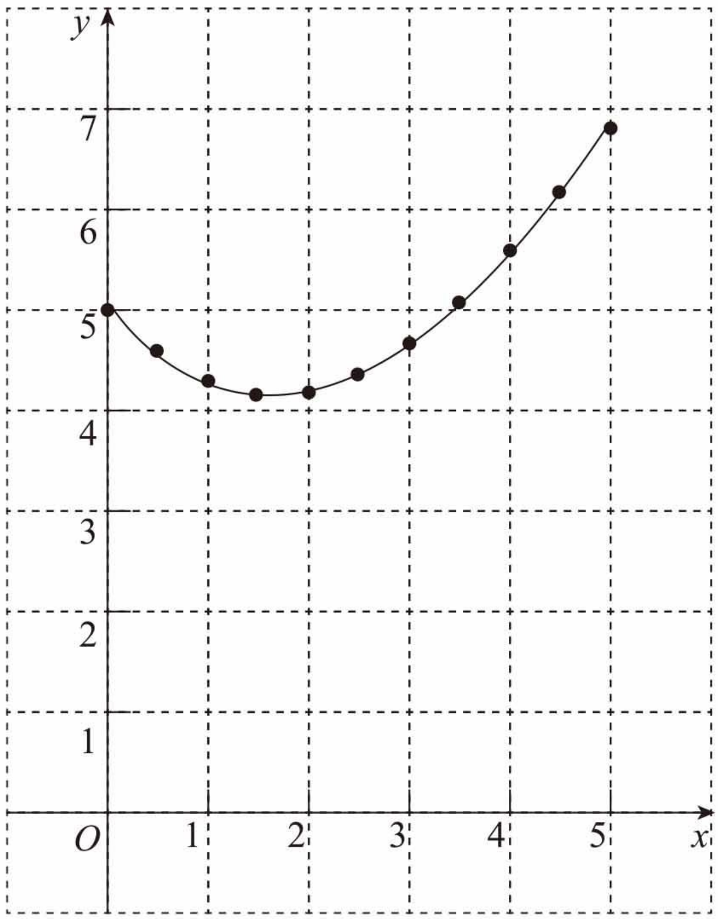
连接 AD，则$\angle DAB=90°$.

由 $\cos\angle ABD=\frac{AB}{BD}=\frac{BE}{AB}$，得 $BD=\frac{5}{2}$.

$\therefore \triangle ABC$ 的外接圆的半径长为$\frac{5}{4}$. ………………………………………………… 6分

25. 解：(1)$m=4.3$. …………………………………………………………………………… 1分

(2)图象如下：………………………………………………………………………………… 3分



(3)①0，3.4. …………………………………………………………………………………… 5分

②1.1. ……………………………………………………………………………………………… 6分

26. 解：(1)$\because y=ax^2-2amx+am^2-4=a(x-m)^2-4$，

$\therefore$该抛物线的顶点坐标为$(m,-4)$. ………………………………………………… 2分

(2)由(1)可知,抛物线的对称轴为直线 $x=m$.

$\because a>0$,

$\therefore$抛物线的开口向上.

$\therefore$当 $x<m$ 时,y 随着 x 的增大而减小,当 $x\geqslant m$ 时,y 随着 x 的增大而增大. …… 3 分

设 $x_1=m-2$,$x_2=2m$,$x_3=2m-2$,

①当 $m\leqslant -2$ 时,$x_3<x_2\leqslant x_1<m$.

$\therefore y_3>y_2\geqslant y_1$,不符合题意,舍去;

②当 $-2<m\leqslant 0$ 时,$x_3\leqslant x_1<x_2\leqslant m$.

$\therefore y_3\geqslant y_1>y_2$,不符合题意,舍去;

③当 $0<m<2$ 时,$x_1<x_3<m<x_2$.

设点 $B(2m,y_2)$关于对称轴 $x=m$ 的对称点为 $B'(x_2',y_2)$,则 $x_2'=0$.

(i)当 $0<m\leqslant 1$ 时,$x_1<x_3\leqslant x_2'<m$.

$\therefore y_1>y_3\geqslant y_2$,不符合题意,舍去;

(ii)当 $1<m<2$ 时,$x_1<x_2'<x_3<m$.

$\therefore y_1>y_2>y_3$,符合题意;

④当 $m\geqslant 2$ 时,$x_1<m\leqslant x_3<x_2$.

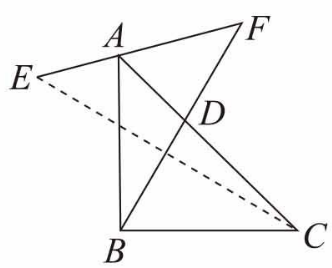
设点 $A(m-2,y_1)$关于对称轴 $x=m$ 的对称点为 $A'(x_1',y_1)$,则 $x_1'=m+2$.

$\therefore x_2=2m\geqslant x_1'=m+2$.

$\therefore y_2\geqslant y_1$.不符合题意,舍去.

综上所述,实数 m 的取值范围是 $1<m<2$. …………………………………………………… 6 分

27.解:(1)补全图形如下: …………………………………………………………………………… 1 分



(2)如图,连接 BE.

$\because \angle FBC=\angle ABC-\angle DBA$,

$\therefore \angle FBC=90^\circ-\alpha$.

$\because$点 C 关于直线 BD 的对称点为 E,

$\therefore BE=BC$.

$\therefore \angle EBF=\angle FBC=90^\circ-\alpha$.

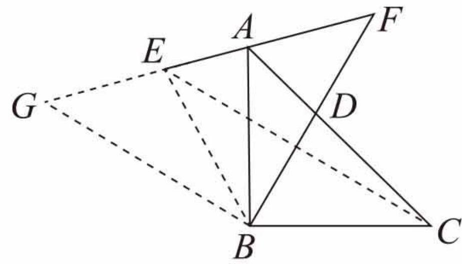
$\therefore \angle ABE=\angle EBF-\angle DBA=90^\circ-2\alpha$.

$\because BA=BC$,

$\therefore BE=BA$.

$\therefore \angle EAB=\dfrac{180^\circ-\angle EBA}{2}=45^\circ+\alpha$.

$\therefore \angle EFB=\angle EAB-\angle DBA=45^\circ$. ………………………………………………… 4 分



(3)猜想:$FE+FA=\sqrt{2}FB$.

证明:延长 FE 至点 G,使得 $EG=FA$,连接 BG.

$\because \angle AEB=\angle EAB$,

$\therefore 180^\circ-\angle AEB=180^\circ-\angle EAB$.

$\therefore \angle GEB=\angle FAB$.

$\because GE=FA, EB=AB$,

$\therefore \triangle GEB\cong\triangle FAB$.

$\therefore \angle G=\angle EFB=45^\circ$.

$\therefore \angle GBF=90^\circ$.

$\therefore \cos\angle EFB=\dfrac{FB}{FG}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

$\therefore FG=\sqrt{2}FB$.

$\because FG=FE+EG=FE+FA$,

$\therefore FE+FA=\sqrt{2}FB$. ……………………………………………………………… 7 分

28. 解:(1)$\dfrac{3}{2}$. ……………………………………………………………………………… 2 分

(2)$\dfrac{3}{2}\sqrt{2}-1$. …………………………………………………………………………… 4 分

(3)$\dfrac{3-\sqrt{2}}{2}\leqslant t\leqslant\dfrac{3+\sqrt{2}}{2}$. ………………………………………………………… 7 分