

海淀区高二年级练习

数 学

2024.01

学校_____

班级_____

姓名_____

考 生 须 知	1. 本试卷共 7 页，共 3 道大题，19 道小题。满分 100 分。考试时间 90 分钟。 2. 在试卷上准确填写学校名称、班级名称、姓名。 3. 答案一律填涂或书写在试卷上，用黑色字迹签字笔作答。 4. 考试结束，请将本试卷交回。
------------------	---

第一部分（选择题 共40分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

(1) 椭圆 $\frac{y^2}{2} + x^2 = 1$ 的焦点坐标为 ()

(A) $(-1, 0), (1, 0)$

(B) $(0, -1), (0, 1)$

(C) $(-\sqrt{3}, 0), (\sqrt{3}, 0)$

(D) $(0, -\sqrt{3}), (0, \sqrt{3})$

(2) 抛物线 $y^2 = x$ 的准线方程为 ()

(A) $x = -\frac{1}{4}$

(B) $y = -\frac{1}{2}$

(C) $x = -\frac{1}{2}$

(D) $y = -\frac{1}{4}$

(3) 直线 $3x + \sqrt{3}y + 1 = 0$ 的倾斜角为 ()

(A) 30°

(B) 60°

(C) 120°

(D) 150°

(4) 已知点 P 与 $A(0, 2), B(-1, 0)$ 共线，则点 P 的坐标可以为 ()

(A) $(1, -1)$

(B) $(1, 4)$

(C) $(-\frac{1}{2}, -1)$

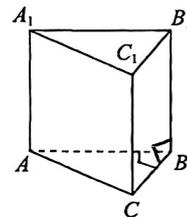
(D) $(-2, 1)$

(5) 已知 P 为椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 上的动点, $A(-1, 0)$, $B(1, 0)$, 且 $|PA| + |PB| = 4$, 则 $b^2 =$ ()

- (A) 1 (B) 2
(C) 3 (D) 4

(6) 已知三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 侧面 $ABB_1A_1 \perp$ 底面 ABC , 则 “ $CB \perp BB_1$ ” 是 “ $CB \perp AB$ ” 的 ()

- (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件



(7) 在空间直角坐标系 $O-xyz$ 中, 点 $P(-2, 3, 1)$ 到 x 轴的距离为 ()

- (A) 2 (B) 3
(C) $\sqrt{5}$ (D) $\sqrt{10}$

(8) 已知双曲线 $C: x^2 - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的左右顶点分别为 A_1, A_2 , 右焦点为 F , 以 A_1F 为直径作圆, 与双曲线 C 的右支交于两点 P, Q . 若线段 PF 的垂直平分线过 A_2 , 则 b^2 的数值为 ()

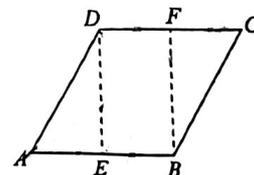
- (A) 3 (B) 4
(C) 8 (D) 9

(9) 设动直线 l 与 $\odot C: x^2 + y^2 = 2$ 交于 A, B 两点. 若弦长 $|AB|$ 既存在最大值又存在最小值, 则在下列所给的方程中, 直线 l 的方程可以是 ()

- (A) $x + 2y = a$ (B) $ax + y = 2a$
(C) $ax + y = 2$ (D) $x + ay = a$

(10) 如图, 已知菱形 $ABCD$ 的边长为 2, 且 $\angle A = 60^\circ$, E, F 分别为棱 AB, DC 中点. 将 $\triangle BCF$ 和 $\triangle ADE$ 分别沿 BF, DE 折叠, 若满足 $AC \parallel$ 平面 $DEBF$, 则线段 AC 的取值范围为 ()

- (A) $[-3, 2\sqrt{3}]$ (B) $[\sqrt{3}, 2\sqrt{3}]$
(C) $[2, 2\sqrt{3}]$ (D) $[2, 2\sqrt{3}]$

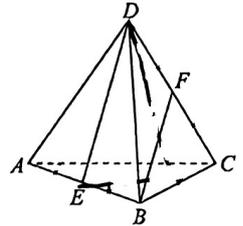


第二部分（非选择题 共60分）

二、填空题共5小题，每小题4分，共20分。

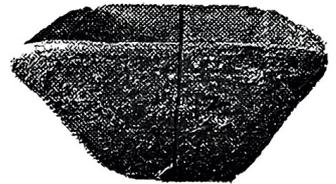
(11) 双曲线 $x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$ 的渐近线方程为_____.

(12) 如图，已知 E, F 分别为三棱锥 $D-ABC$ 的棱 AB, DC 的中点，则直线 DE 与 BF 的位置关系是_____（填“平行”，“异面”，“相交”）.



(13) 经过点 $A(0, 1)$ 且与直线 $l: x + 2y - 1 = 0$ 垂直的直线方程为_____.

(14) 作为我国古代称量粮食的量器，米斗有着吉祥的寓意，是丰饶富足的象征，带有浓郁的民间文化韵味。右图是一件清代老木米斗，可以近似看作正四棱台，测量得其内高为 12cm，两个底面内棱长分别为 18cm 和 9cm，则估计该米斗的容积为_____ cm^3 .



(15) 已知四边形 $ABCD$ 是椭圆 $M: \frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ 的内接四边形，其对角线 AC 和 BD 交于原点 O ，且斜率之积为 $-\frac{1}{2}$ 。给出下列四个结论：

- ① 四边形 $ABCD$ 是平行四边形；
- ② 存在四边形 $ABCD$ 是菱形；
- ③ 存在四边形 $ABCD$ 使得 $\angle AOD = 91^\circ$ ；
- ④ 存在四边形 $ABCD$ 使得 $|AC|^2 + |BD|^2 = \frac{64}{5}$ 。

其中所有正确结论的序号为_____.

三、解答题共 4 小题，共 40 分。解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

(16) (本小题 10 分)

已知圆 $C: (x-2)^2 + y^2 = r^2$ ($r > 0$) 与 y 轴相切。

(I) 直接写出圆心 C 的坐标及 r 的值；

(II) 直线 $l: 3x - 4y - 1 = 0$ 与圆 C 交于两点 A, B ，求 $|AB|$ 。

(17) (本小题 10 分)

已知直线 $l: y = kx + 1$ 经过抛物线 $C: x^2 = 2py$ 的焦点 F , 且与 C 的两个交点为 P, Q .

(I) 求 C 的方程;

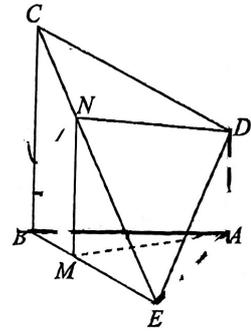
(II) 将 l 向上平移 5 个单位得到 l' , l' 与 C 交于两点 M, N . 若 $|MN| = 24$, 求 k 值.

(18) (本小题 10 分)

如图, 四棱锥 $E-ABCD$ 中, $AE \perp$ 平面 $ABCD$, $AD \perp AB$, $AD \parallel BC$, $AE=AB=BC=2$, $AD=1$,
过 AD 的平面分别与棱 EB, EC 交于点 M, N .

(I) 求证: $AD \parallel MN$;

(II) 记二面角 $A-DN-E$ 的大小为 θ , 求 $\cos\theta$ 的最大值.



(19) (本小题 10 分)

已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的两个顶点分别为 $A(-2, 0)$, $B(2, 0)$, 离心率

$e = \frac{1}{2}$, $P(x_0, y_0)$ ($y_0 \neq 0$) 为椭圆上的动点, 直线 PA, PB 分别交直线 $x = t$ 于点 C, D , 过点 C 作

PB 的垂线交 x 轴于点 H .

(I) 求椭圆 E 的方程;

(II) $\overrightarrow{HC} \cdot \overrightarrow{HD}$ 是否存在最大值? 若存在, 求出最大值; 若不存在, 说明理由.

数