学校______ 班级______ 姓名______

务必将答案答在答题卡上

房山区 2023-2024 学年度第二学期学业水平调研（二）

高二数学

本试卷共 6 页，满分 150 分，考试时长 120 分钟。考生务必将答案填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将试卷和答题卡一并交回。

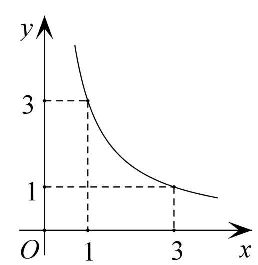
第一部分（选择题　共 50 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

（1）已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1}=-2a_n$，且 $a_1=1$，则 $a_3=$

（A）$\frac{1}{4}$　　（B）4　　（C）-3　　（D）-8

（2）函数 $y=f(x)$ 的图象如图所示，则



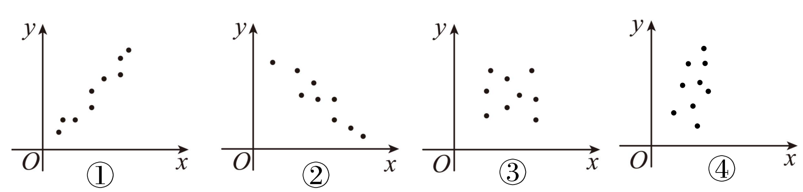
（A）$f'(1)>f'(3)$

（B）$f'(1)=f'(3)$

（C）$f'(1)<f'(3)$

（D）$f'(1)+f'(3)>0$

（3）如图①、②、③、④分别为不同样本数据的散点图，其对应的线性相关系数分别为 r_1,r_2,r_3,r_4，则 r_1,r_2,r_3,r_4 中最大的是



（A）r_1　　（B）r_2　　（C）r_3　　（D）r_4

（4）设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若 $a_2=-3, S_5=-10$，则 S_n 取得最小值时 n 的值为

（A）4　　（B）5　　（C）6　　（D）4 或 5

（5）要安排 5 位同学表演文艺节目的顺序，要求甲同学既不能第一个出场，也不能最后一个出场，则不同的安排方法共有

（A）72 种　　（B）120 种　　（C）96 种　　（D）60 种

（6）在 $(x+\frac{2}{x})^6$ 的展开式中，x^2 的系数是

（A）15　　（B）60　　（C）6　　（D）12

（7）某地区气象台统计，夏季里，每天下雨的概率为 $\frac{4}{15}$，刮风的概率为 $\frac{2}{15}$，既刮风又下雨的概率为 $\frac{1}{10}$. 则夏季的某一天里，已知刮风的条件下，也下雨的概率为

（A）$\frac{8}{225}$　　（B）$\frac{1}{10}$　　（C）$\frac{3}{8}$　　（D）$\frac{3}{4}$

（8）为了研究儿子身高与父亲身高的关系，某机构调查了某所高校 14 名男大学生的身高及其父亲的身高（单位：cm），得到的数据如表所示.

编号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
父亲身高 x	174	170	173	169	182	172	180	172	168	166	182	173	164	180
儿子身高 y	176	176	170	170	185	176	178	174	170	168	178	172	165	182

父亲身高的平均数记为 $\bar{x}$，儿子身高的平均数记为 $\bar{y}$，根据调查数据，得到儿子身高关于父亲身高的回归直线方程为 $\hat{y}=0.839x+28.957$. 则下列结论中正确的是

（A）y 与 x 正相关，且相关系数为 0.839

（B）点 $(\bar{x},\bar{y})$ 不在回归直线上

（C）x 每增大一个单位，$\hat{y}$ 增大 0.839 个单位

（D）当 $x=176$ 时，$\hat{y}\approx177$. 所以如果一位父亲的身高为 176 cm，他儿子长大成人后的身高一定是 177 cm

(9) 设随机变量 X 的分布列如下表所示，则下列说法中错误的是

X	1	2	3	4	5	6
P	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6

(A) $P(X\geqslant 4)=1-P(X\leqslant 3)$

(B) 随机变量 X 的数学期望 $E(X)$ 可以等于 3.5

(C) 当 $p_n=\dfrac{1}{2^n}(n=1,2,3,4,5)$ 时， $p_6=\dfrac{1}{2^5}$

(D) 数列 $\{p_n\}$ 的通项公式可以为 $p_n=\dfrac{1}{n(n+1)}(n=1,2,3,4,5,6)$

(10) 已知数列 A：$1,1,2,1,2,4,1,2,4,8,1,2,4,8,16,\cdots$，其中第一项是 2^0，接下来的两项是 $2^0,2^1$，再接下来的三项是 $2^0,2^1,2^2$，依此类推. S_n 是数列 A 的前 n 项和，若 $S_n=2^t\,(t\in\mathbf{N}^*)$，则 n 的值可以等于

(A) 16　　(B) 95　　(C) 189　　(D) 330

第二部分（非选择题　共 100 分）

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

(11) 若 $f(x)=\sqrt{x}$，则 $f'(4)=$____.

(12) 若 $(x-1)^4=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+a_4x^4$，则 $a_0=$____； $a_1+a_3=$____.

(13) 为了提高学生的科学素养，某市定期举办中学生科技知识竞赛．某次科技知识竞赛中，需回答 20 个问题，记分规则是：每答对一题得 5 分，答错一题扣 3 分．从参加这次科技知识竞赛的学生中任意抽取 1 名，设其答对的问题数量为 X，最后得分为 Y 分．当 $X=10$ 时，Y 的值为____；若 $P(Y\geqslant 60)=0.7$，则 $P(X<15)=$____.

(14) 设无穷数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=-n^2+\lambda n+3\,(\lambda>2)$.若 $\{a_n\}$ 是单调递减数列，则 λ 的一个取值为____.

(15) 已知函数 $f(x)=\begin{cases}-x^2-ax-1, & x\leqslant 0,\\ \ln x-(a-2)x+1, & x>0.\end{cases}$ 给出下列四个结论：

①当 $a=0$ 时， $f(x)$ 在定义域上单调递增；

②对任意 $a>0$， $f(x)$ 存在极值；

③对任意 $a>2$， $f(x)$ 存在最值；

④设 $f(x)$ 有 n 个零点，则 n 的取值构成的集合是 $\{1,2,3,4\}$.

其中所有正确结论的序号是____.

三、解答题共 6 小题，共 75 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

(16)（本小题 12 分）

已知 $\{a_n\}$ 是等差数列，$\{b_n\}$ 是等比数列，且 $a_2=3$，$a_3=5$，$a_1=b_1$，$a_{14}=b_4$.

(Ⅰ) 求 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式；

(Ⅱ) 设 $c_n=a_n+b_n$，求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

(17)（本小题 12 分）

已知函数 $f(x)=-x^3+3x^2+9x+a$.

(Ⅰ) 求函数 $f(x)$ 的极值点；

(Ⅱ) 若 $f(x)$ 的极小值为 -10，求函数 $f(x)$ 在 $[-2,2]$ 上的最大值.

(18)（本小题 12 分）

袋子中有 5 个大小和质地相同的小球，其中 3 个白球， 2 个黑球. 从袋中随机摸出一个小球，观察颜色后放回，同时放入一个与其颜色大小相同的小球，然后再从袋中随机摸出一个小球.

(Ⅰ) 求第一次摸到白球的概率；

(Ⅱ) 求第二次摸到白球的概率；

(Ⅲ) 求两次摸到的小球颜色不同的概率.

姓名________ 班级________ 学校________

务必将答案答在答题卡上

(19)(本小题 13 分)

人工智能(简称 AI)的相关技术首先在互联网开始应用，然后陆续普及到其他行业. 某公司推出的 AI 软件主要有四项功能：“视频创作”、“图像修复”、“语言翻译”、“智绘设计”. 为了解某地区大学生对这款 AI 软件的使用情况，从该地区随机抽取了 120 名大学生，统计他们最喜爱使用的 AI 软件功能(每人只能选一项)，统计结果如下：

软件功能	视频创作	图像修复	语言翻译	智绘设计
大学生人数	40	20	40	20

假设大学生对 AI 软件的喜爱倾向互不影响.

(Ⅰ)从该地区的大学生中随机抽取1人，试估计此人最喜爱“视频创作”的概率；

(Ⅱ)采用分层抽样的方式先从120 名大学生中随机抽取6人，再从这6人中随机抽取2人，其中最喜爱“视频创作”的人数为 X，求 X 的分布列和数学期望；

(Ⅲ)从该地区的大学生中随机抽取2人，其中最喜爱“视频创作”的人数为 Y，Y 的方差记作 $D(Y)$，(Ⅱ)中 X 的方差记作 $D(X)$，比较 $D(X)$ 与 $D(Y)$ 的大小.(结论不要求证明)

(20)(本小题 13 分)

已知函数 $f(x)=(x-2)\mathrm{e}^x-\frac{1}{2}ax^2+ax(a\in\mathbf{R})$.

(Ⅰ)当 $a=0$ 时，求曲线 $y=f(x)$ 在 $x=0$ 处的切线方程；

(Ⅱ)当 $a>0$ 时，求函数 $f(x)$ 的单调区间；

(Ⅲ)若对于任意的 $x\in[2,+\infty)$，有 $f(x)\geqslant 0$，求 a 的取值范围.

(21)(本小题 13 分)

若数列 $\{a_n\}$ 满足：对任意 $n\in\mathbf{N}^*$，都有 $a_{n+1}-a_n>1$，则称 $\{a_n\}$ 是“P 数列”.

(Ⅰ)若 $a_n=2n-1$，$b_n=2^{n-1}$，判断 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ 是否是“P 数列”；

(Ⅱ)已知 $\{a_n\}$ 是等差数列，$a_1=2$，其前 n 项和记为 S_n，若 $\{a_n\}$ 是“P 数列”，且 $S_n<3n^2+2n$ 恒成立，求公差 d 的取值范围；

(Ⅲ)已知 $\{a_n\}$ 是各项均为正整数的等比数列，$a_1=1$，记 $b_n=\frac{a_n}{3}, c_n=\frac{a_{n+1}}{n}$，若 $\{a_n\}$ 是“P 数列”，$\{b_n\}$ 不是“P 数列”，$\{c_n\}$ 是“P 数列”，求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

(考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效)