房山区 2023-2024 学年第一学期期末检测试卷

高二数学

2024.1

本试卷共 4 页，150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

第一部分（选择题 共 50 分）

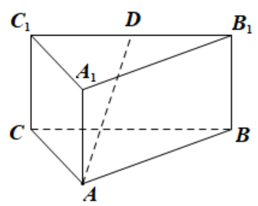
一、选择题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

（1）在复平面内，复数 z 对应的点的坐标是 $(-1,\sqrt{3})$，则 z 的共轭复数 $\bar{z}=$

（A）$-1+\sqrt{3}\mathrm{i}$　　（B）$-1-\sqrt{3}\mathrm{i}$

（C）$1+\sqrt{3}\mathrm{i}$　　（D）$1-\sqrt{3}\mathrm{i}$

（2）在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，D 为棱 B_1C_1 的中点. 设 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a},\ \overrightarrow{AC}=\boldsymbol{b},\ \overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$，用基底 $\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\}$ 表示向量 $\overrightarrow{AD}$，则 $\overrightarrow{AD}=$



（A）$\frac{1}{2}\boldsymbol{a}+\frac{1}{2}\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$　　（B）$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$

（C）$\frac{1}{2}\boldsymbol{a}-\frac{1}{2}\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$　　（D）$-\frac{1}{2}\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$

（3）两条直线 $l_1: x-2y-4=0$ 与 $l_2: x-2y+1=0$ 之间的距离是

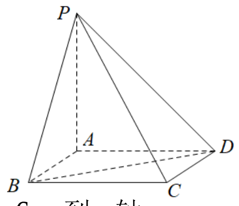
（A）5　　（B）1　　（C）$\sqrt{5}$　　（D）$\frac{3\sqrt{5}}{5}$

（4）设直线 l 的方向向量为 $\boldsymbol{a}$，两个不同的平面 α,β 的法向量分别为 $\boldsymbol{n},\boldsymbol{m}$，则下列说法中错误的是

（A）若 $\boldsymbol{n}\perp\boldsymbol{m}$，则 $\alpha\perp\beta$　　（B）若 $\boldsymbol{n}\parallel\boldsymbol{m}$，则 $\alpha\parallel\beta$

（C）若 $\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{n}$，则 $l\perp\alpha$　　（D）若 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{n}$，则 $l\parallel\alpha$

（5）如图，四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是矩形，$AD=2AB$，$PA\perp$ 平面 $ABCD$，下列叙述中错误的是



（A）$AB\parallel$ 平面 PCD　　（B）$PB\perp BC$

（C）$PC\perp BD$　　（D）平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$

（6）已知 M 为抛物线 $C: x^2=-2py(p>0)$ 上一点，M 到 C 的焦点 F 的距离为 6，到 x 轴的距离为 4，则 $p=$

（A）6　　（B）4　　（C）2　　（D）1

（7）下列双曲线中以 $y=\pm 2x$ 为渐近线的是

（A）$x^2-\frac{y^2}{4}=1$　　　　（B）$\frac{x^2}{4}-y^2=1$

（C）$y^2-\frac{x^2}{3}=1$　　　　（D）$y^2-\frac{x^2}{4}=1$

（8）已知点 $A(-1,0)$， $B(1,0)$，若直线 $y=kx-2$ 上存在点 P，使得 $\angle APB=90°$，则实数 k 的取值范围是

（A）$(-\infty,-\sqrt{3}]$　　　　（B）$[\sqrt{3},+\infty)$

（C）$[-\sqrt{3},\sqrt{3}]$　　　　（D）$(-\infty,-\sqrt{3}]\cup[\sqrt{3},+\infty)$

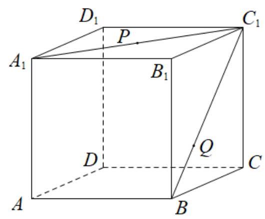
（9）已知双曲线 Q 与椭圆 $E:\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{21}=1$ 有公共焦点，且左、右焦点分别为 F_1， F_2，这两条曲线在第一象限的交点为 P， $\triangle PF_1F_2$ 是以 PF_1 为底边的等腰三角形，则双曲线 Q 的标准方程为

（A）$\frac{x^2}{3}-y^2=1$　　　　（B）$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{5}=1$

（C）$x^2-\frac{y^2}{3}=1$　　　　（D）$y^2-\frac{x^2}{3}=1$

（10）如图，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， P 为线段 A_1C_1 的中点， Q 为线段 BC_1 上的动点，

则下列结论正确的是



（A）存在点 Q，使得 $PQ \parallel BD$　　　　（B）存在点 Q，使得 $PQ\perp$ 平面 AB_1C_1D

（C）三棱锥 $Q-APD$ 的体积是定值　　　　（D）存在点 Q，使得 PQ 与 AD 所成角为 $\frac{\pi}{6}$

第二部分（非选择题 共 100 分）

二、填空题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分。

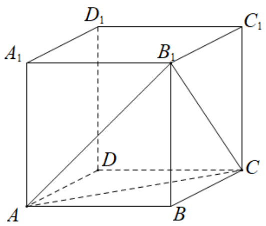
（11）若直线 $2x+(1-a)y+a=0$ 与直线 $ax+y+2=0$ 垂直，则 a 的值为_.

（12）复数 $z=(2-\mathrm{i})^2$ 的实部是_.

（13）已知圆 $C_1:x^2+(y-1)^2=1, C_2:(x-\sqrt{3})^2+y^2=r^2(r>0)$. 则圆 C_1 的圆心坐标为_；

若圆 C_1 与圆 C_2 内切，则 $r=$_.

（14）如图，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，直线 AB_1 与直线 D_1C_1 所成角的大小为_；平面 $ABCD$ 与平面 ACB_1 夹角的余弦值为_.



（15）已知直线$l_1:3x-y+1=0,\ l_2:x+y-5=0,\ l_3:x-ay-3=0$，则$l_1$与 l_2的交点坐标为_；若直线l_1,l_2,l_3不能围成三角形，写出一个符合要求的实数a的值_.

（16）已知曲线$W_1:x^2+y^2=m,\ W_2:x^4+y^2=m(m>0)$，给出下列四个命题：

①曲线W_1关于x轴、y轴和原点对称；

②当$m=1$时，曲线W_1,W_2共有四个交点；

③当$m=2$时，曲线W_2围成的区域内（含边界）两点之间的距离的最大值是3；

④当$0<m<1$时，曲线W_1围成的区域面积大于曲线W_2围成的区域面积．其中所有真命题的序号是_.

三、解答题共 5 小题，共 70 分。 解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

（17）（本小题 14 分）

已知复数$z=1-2\mathrm{i}$.

（Ⅰ）求$|z|$；

（Ⅱ）若$z_1=\dfrac{z}{3+4\mathrm{i}}$，求$z_1$；

（Ⅲ）若$|z_2|=\sqrt{5}$，且zz_2是纯虚数，求z_2.

（18）（本小题 13 分）

已知$\triangle ABC$的三个顶点分别为$A(1,3),\ B(3,1),\ C(-1,0)$.

（Ⅰ）设线段AB的中点为M，求中线CM所在直线的方程；

（Ⅱ）求AB边上的高线的长.

（19）（本小题 13 分）

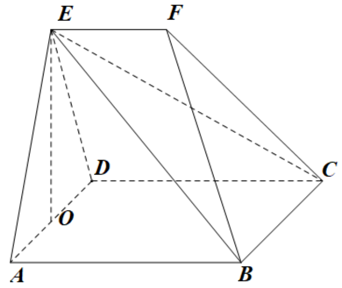
已知直线$l:y=-x+2$与抛物线$C:y^2=8x$相交于A,B两点.

（Ⅰ）写出抛物线C的焦点坐标和准线方程；

（Ⅱ）求弦长$|AB|$.

（20）（本小题 15 分）

如图，在五面体 $ABCDEF$ 中，四边形 $ABCD$ 是正方形，$\triangle ADE$ 是等边三角形，平面 $ADE\perp$ 平面 $ABCD$，$EF \parallel AB$，$EF=1, AB=2$，O 是 AD 的中点.



（Ⅰ）求证：$EO\perp$ 平面 $ABCD$；

（Ⅱ）求直线 AB 与平面 BCF 所成角的大小；

（Ⅲ）求三棱锥 $E-BCF$ 的体积.

（21）（本小题 15 分）

已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\,(a>b>0)$ 的一个焦点为 $(2,0)$，一个顶点为 $(0,\sqrt{2})$.

（Ⅰ）求椭圆 C 的方程和离心率；

（Ⅱ）已知直线 l 与椭圆 C 相切于点 M，直线 l 交 y 轴于点 N，O 为坐标原点，$|OM|=|ON|$，求 $\triangle OMN$ 的面积.